520 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐẠO HÀM

*****

1. ĐỊNH NGHĨA ĐẠO HÀM

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3-\sqrt{4-x}}{4} & \text{khi } x\neq 0\\ \dfrac{1}{4} & \text{khi } x=0\end{cases}$. Khi đó $f'(0)$ là kết quả nào sau đây?

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{16}$. **C.** $\frac{1}{32}$. **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Đáp án B

Ta có $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\dfrac{3-\sqrt{4-x}}{4}-\dfrac{1}{4}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2-\sqrt{4-x}}{4x}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\left(2-\sqrt{4-x}\right)\left(2+\sqrt{4-x}\right)}{4x\left(2+\sqrt{4-x}\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{4x\left(2+\sqrt{4-x}\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{4\left(2+\sqrt{4-x}\right)}=\frac{1}{16}.$$

Câu 2: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2 & \text{khi } x\le 2\\ -\dfrac{x^2}{2}+bx-6 & \text{khi } x>2\end{cases}$. Để hàm số này có đạo hàm tại $x=2$ thì giá trị của b là

A. $b=3$. **B.** $b=6$. **C.** $b=1$. **D.** $b=-6$.

Hướng dẫn giải

Đáp án B

Ta có

- $f(2)=4$
- $\lim\limits_{x\to 2^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}x^2=4$
- $\lim\limits_{x\to 2^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}\left(-\dfrac{x^2}{2}+bx-6\right)=2b-8$

$f(x)$ có đạo hàm tại $x=2$ khi và chỉ khi $f(x)$ liên tục tại $x=2$

$$\Leftrightarrow \lim_{x\to 2^-}f(x)=\lim_{x\to 2^-}f(x)=f(2)\Leftrightarrow 2b-8=4\Leftrightarrow b=6.$$

Câu 3: Số gia của hàm số $f(x)=x^2-4x+1$ ứng với x và Δx là

A. $\Delta x(\Delta x+2x-4)$. **B.** $2x+\Delta x$. **C.** $\Delta x.(2x-4\Delta x)$. **D.** $2x-4\Delta x$.

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Ta có

$\Delta y = f\left(\Delta x + x\right) - f\left(x\right)$
$= \left(\Delta x + x\right)^2 - 4\left(\Delta x + x\right) + 1 - \left(x^2 - 4x + 1\right)$
$= \Delta x^2 + 2\Delta x.x + x^2 - 4\Delta x - 4x + 1 - x^2 + 4x - 1 = \Delta x^2 + 2\Delta x.x - 4\Delta x$
$= \Delta x\left(\Delta x + 2x - 4\right)$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 là $f'(x_0)$. Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. $f'(x_0) = \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

B. $f'(x_0) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$.

C. $f'(x_0) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$.

D. $f'(x_0) = \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x + x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Hướng dẫn giải

Đáp án D

A. Đúng (theo định nghĩa đạo hàm tại một điểm).

B. Đúng vì

$\Delta x = x - x_0 \Rightarrow x = \Delta x + x_0$
$\Delta y = f\left(x_0 + \Delta x\right) - f\left(x_0\right)$

$$\Rightarrow f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{f\left(x_0 + \Delta x\right) - f\left(x_0\right)}{\Delta x + x_0 - x_0} = \frac{f\left(x_0 + \Delta x\right) - f\left(x_0\right)}{\Delta x}$$

C. Đúng vì

Đặt $h = \Delta x = x - x_0 \Rightarrow x = h + x_0$, $\Delta y = f\left(x_0 + \Delta x\right) - f\left(x_0\right)$

$$\Rightarrow f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{f\left(x_0 + h\right) - f\left(x_0\right)}{h + x_0 - x_0} = \frac{f\left(x_0 + h\right) - f\left(x_0\right)}{h}$$

Vậy **D** là đáp án sai.

Câu 5: Xét ba mệnh đề sau:

(1) Nếu hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm tại điểm $x = x_0$ thì $f\left(x\right)$ liên tục tại điểm đó.

(2) Nếu hàm số $f\left(x\right)$ liên tục tại điểm $x = x_0$ thì $f\left(x\right)$ có đạo hàm tại điểm đó.

(3) Nếu $f\left(x\right)$ gián đoạn tại $x = x_0$ thì chắc chắn $f\left(x\right)$ không có đạo hàm tại điểm đó.

Trong ba câu trên:

A. Có hai câu đúng và một câu sai.
B. Có một câu đúng và hai câu sai.
C. Cả ba đều đúng.
D. Cả ba đều sai.

Hướng dẫn giải

Đáp án A

(1) Nếu hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm tại điểm $x = x_0$ thì $f\left(x\right)$ liên tục tại điểm đó. Đây là mệnh đề đúng.

(2) Nếu hàm số $f\left(x\right)$ liên tục tại điểm $x = x_0$ thì $f\left(x\right)$ có đạo hàm tại điểm đó.

Phản ví dụ

Lấy hàm $f\left(x\right)=\left|x\right|$ ta có $D=\mathbb{R}$ nên hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Nhưng ta có $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f\left(x\right)-f\left(0\right)}{x-0}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\left|x\right|-0}{x-0}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{x-0}{x-0}=1 \\ \lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{f\left(x\right)-f\left(0\right)}{x-0}=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{\left|x\right|-0}{x-0}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{-x-0}{x-0}=-1 \end{cases}$

Nên hàm số không có đạo hàm tại $x=0$.

Vậy mệnh đề (2) là mệnh đề sai.

(3) Nếu $f\left(x\right)$ gián đoạn tại $x=x_0$ thì chắc chắn $f\left(x\right)$ không có đạo hàm tại điểm đó.

Vì (1) là mệnh đề đúng nên ta có $f\left(x\right)$ không liên tục tại $x=x_0$ thì $f\left(x\right)$ có đạo hàm tại điểm đó.

Vậy (3) là mệnh đề đúng.

Câu 6: Xét hai câu sau:

(1) Hàm số $y=\dfrac{\left|x\right|}{x+1}$ liên tục tại $x=0$

(2) Hàm số $y=\dfrac{\left|x\right|}{x+1}$ có đạo hàm tại $x=0$

Trong hai câu trên:

A. Chỉ có (2) đúng. **B.** Chỉ có (1) đúng. **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải

Đáp án B

Ta có : $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left|x\right|}{x+1}=0 \\ f\left(0\right)=0 \end{cases}\Rightarrow \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left|x\right|}{x+1}=f\left(0\right)$. Vậy hàm số $y=\dfrac{\left|x\right|}{x+1}$ liên tục tại $x=0$

Ta có : $\dfrac{f\left(x\right)-f\left(0\right)}{x-0}=\dfrac{\dfrac{\left|x\right|}{x+1}-0}{x}=\dfrac{\left|x\right|}{x\left(x+1\right)}$ (với $x\neq 0$)

Do đó : $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f\left(x\right)-f\left(0\right)}{x-0}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\left|x\right|}{x\left(x+1\right)}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x+1}=1 \\ \lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f\left(x\right)-f\left(0\right)}{x-0}=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{\left|x\right|}{x\left(x+1\right)}=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{-1}{x+1}=-1 \end{cases}$

Vì giới hạn hai bên khác nhau nên không tồn tại giới hạn của $\dfrac{f\left(x\right)-f\left(0\right)}{x-0}$ khi $x\to 0$.

Vậy hàm số $y=\dfrac{\left|x\right|}{x+1}$ không có đạo hàm tại $x=0$

Câu 7: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2}{2} & \text{khi } x\le 1\\ ax+b & \text{khi } x>1\end{cases}$. Với giá trị nào sau đây của *a, b* thì hàm số có đạo hàm tại $x=1$?

A. $a=1;b=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $a=\dfrac{1}{2};b=\dfrac{1}{2}$. **C.** $a=\dfrac{1}{2};b=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $a=1;b=\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Hàm số liên tục tại $x=1$ nên Ta có $a+b=\dfrac{1}{2}$

Hàm số có đạo hàm tại $x=1$ nên giới hạn 2 bên của $\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$ bằng nhau và Ta có

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{ax+b-(a.1+b)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{a(x-1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}a=a$$

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{\frac{x^2}{2}-\frac{1}{2}}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{(x+1)(x-1)}{2(x-1)}=\lim_{x\to 1^-}\frac{(x+1)}{2}=1$$

Vậy $a=1;b=-\dfrac{1}{2}$

Câu 8: Số gia của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2}{2}$ ứng với số gia Δx của đối số x tại $x_0=-1$ là

A. $\dfrac{1}{2}(\Delta x)^2-\Delta x$. **B.** $\dfrac{1}{2}\left[(\Delta x)^2-\Delta x\right]$. **C.** $\dfrac{1}{2}\left[(\Delta x)^2+\Delta x\right]$. **D.** $\dfrac{1}{2}(\Delta x)^2+\Delta x$.

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Với số gia Δx của đối số x tại $x_0=-1$ Ta có

$$\Delta y=\frac{(1+\Delta x)^2}{2}-\frac{1}{2}=\frac{1+(\Delta x)^2+2\Delta x}{2}-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(\Delta x)^2+\Delta x$$

Câu 9: Tỉ số $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ của hàm số $f(x)=2x(x-1)$ theo x và Δx là

A. $4x+2\Delta x+2$. **B.** $4x+2(\Delta x)^2-2$.

C. $4x+2\Delta x-2$. **D.** $4x\Delta x+2(\Delta x)^2-2\Delta x$.

Hướng dẫn giải

Đáp án C

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\frac{2x(x-1)-2x_0(x_0-1)}{x-x_0}$$
$$=\frac{2(x-x_0)(x+x_0)-2(x-x_0)}{x-x_0}=2x+2x_0-2=4x+2\Delta x-2$$

Câu 10: Cho hàm số $f(x)=x^2-x$, đạo hàm của hàm số ứng với số gia Δx của đối số x tại x0 là

A. $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\left((\Delta x)^2+2x\Delta x-\Delta x\right)$. **B.** $\lim\limits_{\Delta x\to 0}(\Delta x+2x-1)$.

C. $\lim\limits_{\Delta x\to 0}(\Delta x+2x+1)$. **D.** $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\left((\Delta x)^2+2x\Delta x+\Delta x\right)$.

Hướng dẫn giải

Đáp án B

Ta có :

$$\Delta y=(x_0+\Delta x)^2-(x_0+\Delta x)-(x_0^2-x_0)$$
$$=x_0^2+2x_0\Delta x+(\Delta x)^2-x_0-\Delta x-x_0^2+x_0$$
$$=(\Delta x)^2+2x_0\Delta x-\Delta x$$

Nên $f'(x_0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{(\Delta x)^2+2x_0\Delta x-\Delta x}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}(\Delta x+2x_0-1)$

Vậy $f'(x)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}(\Delta x+2x-1)$

Câu 11: Cho hàm số $f(x)=x^2+|x|$. Xét hai câu sau:

(1). Hàm số trên có đạo hàm tại $x=0$.

(2). Hàm số trên liên tục tại $x=0$.

Trong hai câu trên:

A. Chỉ có (1) đúng. **B.** Chỉ có (2) đúng. **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải

Ta có

+) $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}(x^2+x)=0$.

+) $\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}(x^2-x)=0$.

+) $f(0)=0$.

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=f(0)$. Vậy hàm số liên tục tại $x=0$.

Mặt khác:

+) $f'(0^+)=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{x^2+x}{x}=\lim\limits_{x\to 0^+}(x+1)=1$.

+) $f'\left(0^-\right)=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{f\left(x\right)-f\left(0\right)}{x-0}=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{x^2-x}{x}=\lim\limits_{x\to 0^-}\left(x-1\right)=-1$.

$\Rightarrow f'\left(0^+\right)\neq f'\left(0^-\right)$. Vậy hàm số không có đạo hàm tại $x=0$.

Đáp án **B.**

Câu 12: Giới hạn (*nếu tồn tại*) nào sau đây dùng để định nghĩa đạo hàm của hàm số $y=f(x)$ tại $x_0<1$?

A. $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$.

B. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$.

C. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$.

D. $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$.

Hướng dẫn giải

Theo định nghĩa đạo hàm của hàm số tại một điểm thì biểu thức ở đáp án C đúng.

Đáp án **C.**

Câu 13: Số gia của hàm số $f\left(x\right)=x^3$ ứng với $x_0=2$ và $\Delta x=1$ bằng bao nhiêu?

A. -19 . **B.** 7 . **C.** 19. **D.** -7.

Hướng dẫn giải

Ta có $\Delta y=f\left(x_0+\Delta x\right)-f\left(x_0\right)=\left(x_0+\Delta x\right)^3-2^3=x_0{}^3+\left(\Delta x\right)^3+3x_0\Delta x\left(x_0+\Delta x\right)-8$.

Với $x_0=2$ và $\Delta x=1$ thì $\Delta y=19$.

Đáp án **C.**

2. ĐẠO HÀM CỦA HÀM ĐA THỨC – HỮU TỈ-CĂN THỨC

Câu 14: Cho hàm số $y=\dfrac{-x^2+2x-3}{x-2}$. Đạo hàm y' của hàm số là biểu thức nào sau đây?

A. $-1-\dfrac{3}{(x-2)^2}$. **B.** $1+\dfrac{3}{(x-2)^2}$. **C.** $-1+\dfrac{3}{(x-2)^2}$. **D.** $1-\dfrac{3}{(x-2)^2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y'=\dfrac{\left(-x^2+2x-3\right)'\left(x-2\right)-\left(-x^2+2x-3\right)\left(x-2\right)'}{\left(x-2\right)^2}$.

$$=\frac{\left(-2x+2\right)\left(x-2\right)-\left(-x^2+2x-3\right).1}{\left(x-2\right)^2}=\frac{-x^2+4x-1}{\left(x-2\right)^2}=-1+\frac{3}{\left(x-2\right)^2}.$$

Đáp án **C.**

Câu 15: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$. Đạo hàm y' của hàm số là biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$. **B.** $-\dfrac{x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$. **C.** $\dfrac{x}{2(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$. **D.** $-\dfrac{x(x^2+1)}{\sqrt{x^2+1}}$.

Hướng dẫn giải

$$y'=\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)'=\frac{-\left(\sqrt{x^2+1}\right)'}{x^2+1}=\frac{-\left(x^2+1\right)'}{2\sqrt{x^2+1}\left(x^2+1\right)}=\frac{-x}{\sqrt{x^2+1}\left(x^2+1\right)}.$$

Đáp án **B.**

Câu 16: Cho hàm số $f(x)=\sqrt[3]{x}$. Giá trị $f'(8)$ bằng:

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{12}$. **C.** $-\frac{1}{6}$. **D.** $-\frac{1}{12}$.

Hướng dẫn giải

Với $x>0$

$$f'(x)=\left(x^{\frac{1}{3}}\right)'=\frac{1}{3}x^{\frac{-2}{3}}\Rightarrow f'(8)=\frac{1}{3}.8^{\frac{-2}{3}}=\frac{1}{3}2^{-2}=\frac{1}{12}.$$

Đáp án **B.**

Câu 17: Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x-1}+\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$. Để tính f', hai học sinh lập luận theo hai cách:

(I) $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x-1}}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{x-2}{2(x-1)\sqrt{x-1}}$.

(II) $f(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}-\dfrac{1}{2(x-1)\sqrt{x-1}}=\dfrac{x-2}{2(x-1)\sqrt{x-1}}$.

Cách nào đúng?

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II) **C.** Cả hai đều sai. **D.** Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải

$$\sqrt{x-1}+\frac{1}{\sqrt{x-1}}=\frac{x}{\sqrt{x-1}}.$$

Lại có $\left(\dfrac{x}{\sqrt{x-1}}\right)'=\dfrac{\sqrt{x-1}-\dfrac{x}{2\sqrt{x-1}}}{x-1}=\dfrac{x-2}{2\sqrt{x-1}(x-1)}$ nên cả hai đều đúng.

Đáp án **D.**

Câu 18: Cho hàm số $y=\dfrac{3}{1-x}$. Để $y'<0$ thì x nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây?

A. 1. **B.** 3. **C.** $\varnothing$. **D.** $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Tập xác định $D=R\setminus\{1\}$.

$y' = \dfrac{3}{(1-x)^2} > 0 \forall x \in D$. Chọn **C.**

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x-1}$. Đạo hàm của hàm số tại $x = 1$ là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 0 **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải

Đáp án **D.**

Ta có $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}$

Câu 20: Cho hàm số $y = \dfrac{x^2+2x-3}{x+2}$. Đạo hàm y' của hàm số là

A. $1 + \dfrac{3}{(x+2)^2}$. **B.** $\dfrac{x^2+6x+7}{(x+2)^2}$. **C.** $\dfrac{x^2+4x+5}{(x+2)^2}$. **D.** $\dfrac{x^2+8x+1}{(x+2)^2}$.

Hướng dẫn gải

$$y' = \frac{(x^2+2x-3)'(x+2)-(x+2)'(x^2+2x-3)}{(x+2)^2} = \frac{(2x+2)(x+2)-(x^2+2x-3)}{(x+2)^2}$$

$$\frac{(2x+2)(x+2)-(x^2+2x-3)}{(x+2)^2} = \frac{x^2+4x+7}{(x+2)^2} = 1 + \frac{3}{(x+2)^2}.$$

Đáp án **A.**

Câu 21: Cho hàm số $f(x) = \dfrac{1-3x+x^2}{x-1}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **B.** $\varnothing$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$

Hướng dẫn giải

Đáp án A

$$f'(x) = \left(\frac{1-3x+x^2}{x-1}\right)'$$

$$= \frac{(1-3x+x^2)'(x-1)-(1-3x+x^2)(x-1)'}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{(-3+2x)(x-1)-(1-3x+x^2)}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x+2}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{(x-1)^2+1}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1$$

Câu 22: Đạo hàm của hàm số $y = x^4 - 3x^2 + x + 1$ là

A. $y' = 4x^3 - 6x^2 + 1$. **B.** $y' = 4x^3 - 6x^2 + x$. **C.** $y' = 4x^3 - 3x^2 + x$. **D.** $y' = 4x^3 - 3x^2 + 1$.

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Áp dụng công thức

Câu 23: Hàm số nào sau đây có $y'=2x+\frac{1}{x^2}$?

A. $y=\frac{x^3-1}{x}$ **B.** $y=\frac{3(x^2+x)}{x^3}$ **C.** $y=\frac{x^3+5x-1}{x}$ **D.** $y=\frac{2x^2+x-1}{x}$

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Kiểm tra đáp án A $y=\frac{x^3-1}{x}=x^2-\frac{1}{x}\Rightarrow y'=2x+\frac{1}{x^2}$ đúng.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)=(1-2x^2)\sqrt{1+2x^2}$. Ta xét hai mệnh đề sau:

(I) $f'(x)=\frac{-2x(1+6x^2)}{\sqrt{1+2x^2}}$ (II) $f(x).f'(x)=2x(12x^4-4x^2-1)$

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ (II). **B.** Chỉ (I). **C.** Cả hai đều sai. **D.** Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải

Đáp án D

Ta có

$$f'(x)=(1-2x^2)'\sqrt{1+2x^2}+(1-2x^2)\left(\sqrt{1+2x^2}\right)'=-4x\sqrt{1+2x^2}+(1-2x^2)\frac{2x}{\sqrt{1+2x^2}}$$

$$=\frac{-4x(1+2x^2)+(1-2x^2).2x}{\sqrt{1+2x^2}}=\frac{-2x-12x^3}{\sqrt{1+2x^2}}=\frac{-2x(1+6x^2)}{\sqrt{1+2x^2}}$$

Suy ra

$$f(x).f'(x)=(1-2x^2)\sqrt{1+2x^2}.\frac{-2x(1+6x^2)}{\sqrt{1+2x^2}}=-2x(1-2x^2)(1+6x^2)$$

$$=-2x(-12x^4+4x^2+1)=2x(12x^4-4x^2-1)$$

Câu 25: Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{x}$. Đạo hàm của f tại $x=\sqrt{2}$ là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải

Đáp án B

$$f'(x)=-\frac{1}{x^2}\Rightarrow f'\left(\sqrt{2}\right)=-\frac{1}{2}$$

Câu 26: Cho hàm số $f(x)=\left(3x^2-1\right)^2$. Giá trị $f'(1)$ là

A. 4. **B.** 8. **C.** -4. **D.** 24.

Hướng dẫn giải

Đáp án D

Ta có $f'(x)=2\left(3x^2-1\right)\left(3x^2-1\right)'=12x\left(3x^2-1\right)\Rightarrow f'(1)=24$

Câu 27: Đạo hàm của hàm số $y=\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x^2}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{-3}{x^4}+\frac{1}{x^3}$. **B.** $\frac{-3}{x^4}+\frac{2}{x^3}$. **C.** $\frac{-3}{x^4}-\frac{2}{x^3}$. **D.** $\frac{3}{x^4}-\frac{1}{x^3}$.

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Ta có $y'=\left(\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x^2}\right)'=-\frac{3x^2}{x^6}+\frac{2x}{x^4}=-\frac{3}{x^4}+\frac{2}{x^3}$

Câu 28: Đạo hàm của hàm số $y=-2x^7+\sqrt{x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-14x^6+2\sqrt{x}$. **B.** $-14x^6+\frac{2}{\sqrt{x}}$. **C.** $-14x^6+\frac{1}{2\sqrt{x}}$. **D.** $-14x^6+\frac{1}{\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải

Đáp án C

Ta có $y'=\left(-2x^7+\sqrt{x}\right)'=-14x^6+\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Câu 29: Cho hàm số $f(x)=\frac{2x}{x-1}$. Giá trị $f'(1)$ là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** -2. **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải

Đáp án D

Ta có $f'(x)=\left(\frac{2x}{x-1}\right)'=\frac{2(x-1)-2x}{(x-1)^2}=\frac{-2}{(x-1)^2}$

Suy ra không tồn tại $f'(1)$.

Câu 30: Cho hàm số $y=\sqrt{1-x^2}$ thì $f'(2)$ là kết quả nào sau đây?

A. $f'(2)=\frac{2}{\sqrt{3}}$. **B.** $f'(2)=\frac{-2}{\sqrt{3}}$. **C.** $f'(2)=\frac{-2}{\sqrt{-3}}$. **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải

Đáp án D

Ta có $f'(x)=\left(\sqrt{1-x^2}\right)'=\frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}=\frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$

Không tồn tại $f'(2)$.

Câu 31: Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{\frac{2x-1}{x+2}}$ là

A. $y'=\frac{5}{(2x-1)^2}.\sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$.

B. $y'=\frac{1}{2}.\frac{5}{(2x-1)^2}.\sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$.

C. $y'=\frac{1}{2}.\sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$.

D. $y'=\frac{1}{2}.\frac{5}{(x+2)^2}.\sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$.

Hướng dẫn giải

Đáp án D.

Ta có $y'=\frac{1}{2\sqrt{\frac{2x-1}{x+2}}}.\left(\frac{2x-1}{x+2}\right)'=\frac{1}{2}.\frac{5}{(x+2)^2}.\sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$.

Câu 32: Đạo hàm của $y=\left(x^5-2x^2\right)^2$ là

A. $y'=10x^9-28x^6+16x^3$.

B. $y'=10x^9-14x^6+16x^3$.

C. $y'=10x^9+16x^3$.

D. $y'=7x^6-6x^3+16x$.

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Ta có $y'=2.\left(x^5-2x^2\right)\left(x^5-2x^2\right)'=2\left(x^5-2x^2\right)\left(5x^4-4x\right)=10x^9-28x^6+16x^3$.

Câu 33: Hàm số nào sau đây có $y'=2x+\frac{1}{x^2}$

A. $y=x^2-\frac{1}{x}$. **B.** $y=2-\frac{2}{x^3}$. **C.** $y=x^2+\frac{1}{x}$. **D.** $y=2-\frac{1}{x}$.

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Vì $y' = \left(x^2 - \frac{1}{x}\right)' = 2x + \frac{1}{x^2}$.

Câu 34: Đạo hàm của hàm số $y = (7x-5)^4$ bằng biểu thức nào sau đây

A. $4(7x-5)^3$. **B.** $-28(7x-5)^3$. **C.** $28(7x-5)^3$. **D.** $28x$.

Hướng dẫn giải

Đáp án C

Vì $y' = 4(7x-5)^3(7x-5)' = 28(7x-5)^3$.

Câu 35: Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{x^2-2x+5}$ bằng biểu thức nào sau đây

A. $y' = \frac{2x-2}{(x^2-2x+5)^2}$.

B. $y' = \frac{-2x+2}{(x^2-2x+5)^2}$.

C. $y' = (2x-2)(x^2-2x+5)$.

D. $y' = \frac{1}{2x-2}$.

Hướng dẫn giải

Đáp án B

Vì $y' = -\frac{(x^2-2x+5)'}{(x^2-2x+5)^2} = \frac{-2x+2}{(x^2-2x+5)^2}$.

Câu 36: Cho hàm số $y = 3x^3 + x^2 + 1$. Để $y' \le 0$ thì x nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây

A. $\left[-\frac{2}{9};0\right]$.

B. $\left[-\frac{9}{2};0\right]$.

C. $\left(-\infty;-\frac{9}{2}\right] \cup [0;+\infty)$.

D. $\left(-\infty;-\frac{2}{9}\right] \cup [0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Đáp án A

$y = 3x^3 + x^2 + 1 \Rightarrow y' = 9x^2 + 2x$

$y' \le 0 \Rightarrow -\frac{2}{9} \le x \le 0$

Câu 37: Đạo hàm của $y = \frac{1}{2x^2+x+1}$ bằng :

A. $\frac{-(4x+1)}{(2x^2+x+1)^2}$. **B.** $\frac{-(4x-1)}{(2x^2+x+1)^2}$. **C.** $\frac{-1}{(2x^2+x+1)^2}$. **D.** $\frac{(4x+1)}{(2x^2+x+1)^2}$.

Hướng dẫn giải

Đáp án A

$$y=\frac{1}{2x^2+x+1}\Rightarrow y'=\frac{-\left(2x^2+x+1\right)'}{\left(2x^2+x+1\right)^2}=\frac{-\left(4x+1\right)}{\left(2x^2+x+1\right)^2}$$

Câu 38: Đạo hàm của hàm số $y=x.\sqrt{x^2-2x}$ là

A. $y'=\frac{2x-2}{\sqrt{x^2-2x}}$. **B.** $y'=\frac{3x^2-4x}{\sqrt{x^2-2x}}$. **C.** $y'=\frac{2x^2-3x}{\sqrt{x^2-2x}}$. **D.** $y'=\frac{2x^2-2x-1}{\sqrt{x^2-2x}}$.

Hướng dẫn giải

Đáp án C

$$y=x.\sqrt{x^2-2x}\Rightarrow y'=\sqrt{x^2-2x}+x.\frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x}}=\frac{x^2-2x+x^2-x}{\sqrt{x^2-2x}}=\frac{2x^2-3x}{\sqrt{x^2-2x}}$$

Câu 39: Cho hàm số $f\left(x\right)=-2x^2+3x$. Hàm số có đạo hàm $f'\left(x\right)$ bằng

A. $4x-3$. **B.** $-4x+3$. **C.** $4x+3$. **D.** $-4x-3$.

Hướng dẫn giải

Đáp án B

$$f\left(x\right)=-2x^2+3x\Rightarrow f'\left(x\right)=-4x+3$$

Câu 40: Cho hàm số $f\left(x\right)=x+1-\frac{2}{x-1}$. Xét hai câu sau:

(I) $f'\left(x\right)=\frac{x^2-2x-1}{\left(x-1\right)^2}\ \forall x\neq 1$ (II) $f'\left(x\right)>0\ \forall x\neq 1$.

Hãy chọn câu đúng:

A. Chỉ (I) đúng. **B.** Chỉ (II) đúng. **C.** Cả hai đều sai. **D.** Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải

Đáp án B

$$f\left(x\right)=x+1-\frac{2}{x-1}\Rightarrow f'\left(x\right)=1+\frac{2}{\left(x-1\right)^2}=\frac{x^2-2x+3}{\left(x-1\right)^2}>0\,\forall x\neq 1$$

Câu 41: Cho hàm số $f(x)=\frac{x^2+x-1}{x-1}$. Xét hai câu sau:

$(I): f'(x)=1-\frac{1}{(x-1)^2},\ \forall x\neq 1.$ $(II): f'(x)=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2},\ \forall x\neq 1.$

Hãy chọn câu đúng:

A. Chỉ (I) đúng.
B. Chỉ (II) đúng.
C. Cả (I); (II) đều sai.
D. Cả (I); (II) đều đúng.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'.v - v'.u}{v^2}$ ta có:

$\forall x \neq 1$, ta có: $f(x) = \dfrac{x^2+x-1}{x-1} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{(x^2+x-1)'.(x-1)-(x-1)'.(x^2+x-1)}{(x-1)^2}$

$\Rightarrow f'(x) = \dfrac{(2x+1).(x-1)-1.(x^2+x-1)}{(x-1)^2} = \dfrac{2x^2-2x+x-1-x^2-x+1}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2} \Rightarrow (II)$ đúng.

Mặt khác: $f'(x) = \dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2-2x+1-1}{(x-1)^2} = \dfrac{(x-1)^2-1}{(x-1)^2} = 1 - \dfrac{1}{(x-1)^2} \Rightarrow (I)$ đúng.

Chọn D

Câu 42: Đạo hàm của hàm số $y = (x^3-2x^2)^{2016}$ là:

A. $y' = 2016(x^3-2x^2)^{2015}$.
B. $y' = 2016(x^3-2x^2)^{2015}(3x^2-4x)$.
C. $y' = 2016(x^3-2x^2)(3x^2-4x)$.
D. $y' = 2016(x^3-2x^2)(3x^2-2x)$.

Hướng dẫn giải

Đặt $u = x^3-2x^2$ thì $y = u^{2016}$, $y'_u = 2016.u^{2015}$, $u'_x = 3x^2-4x$.

Theo công thức tính đạo hàm của hàm số hợp, ta có: $y'_x = y'_u.u'_x$.

Vậy: $y' = 2016.(x^3-2x^2)^{2015}.(3x^2-4x)$.

Chọn B

Câu 43: Đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{x(1-3x)}{x+1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{-9x^2-4x+1}{(x+1)^2}$.
B. $\dfrac{-3x^2-6x+1}{(x+1)^2}$.
C. $1-6x^2$.
D. $\dfrac{1-6x^2}{(x+1)^2}$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'.v - v'.u}{v^2}$. Có : $y = \dfrac{x(1-3x)}{x+1} = \dfrac{-3x^2+x}{x+1}$, nên:

$y' = \dfrac{(-3x^2+x)'.(x+1)-(x+1)'.(-3x^2+x)}{(x+1)^2} = \dfrac{(-6x+1).(x+1)-1.(-3x^2+x)}{(x+1)^2}$

$\Rightarrow y' = \dfrac{-6x^2-6x+x+1+3x^2-x}{(x+1)^2} = \dfrac{-3x^2-6x+1}{(x+1)^2}$.

Chọn B

Câu 44: Đạo hàm của $y = \sqrt{3x^2-2x+1}$ bằng:

A. $\dfrac{3x-1}{\sqrt{3x^2-2x+1}}$.
B. $\dfrac{6x-2}{\sqrt{3x^2-2x+1}}$.
C. $\dfrac{3x^2-1}{\sqrt{3x^2-2x+1}}$.
D. $\dfrac{1}{2\sqrt{3x^2-2x+1}}$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức $\left(\sqrt{u}\right)' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$, ta được:

$y = \sqrt{3x^2-2x+1} \Rightarrow y' = \dfrac{(3x^2-2x+1)'}{2\sqrt{3x^2-2x+1}} = \dfrac{6x-2}{2\sqrt{3x^2-2x+1}} = \dfrac{3x-1}{\sqrt{3x^2-2x+1}}$.

Chọn A

Câu 45: Cho hàm số $y = \dfrac{-2x^2+x-7}{x^2+3}$. Đạo hàm y' của hàm số là:

A. $\dfrac{-3x^2-13x-10}{(x^2+3)^2}$. **B.** $\dfrac{-x^2+x+3}{(x^2+3)^2}$. **C.** $\dfrac{-x^2+2x+3}{(x^2+3)^2}$. **D.** $\dfrac{-7x^2-13x-10}{(x^2+3)^2}$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'.v-v'.u}{v^2}$. Ta có:

$$y=\frac{-2x^2+x-7}{x^2+3} \Rightarrow y'=\frac{(-2x^2+x-7)'.(x^2+3)-(x^2+3)'.(-2x^2+x-7)}{(x^2+3)^2}$$

$$\Rightarrow y'=\frac{(-4x+1).(x^2+3)-2x.(-2x^2+x-7)}{(x^2+3)^2}=\frac{-4x^3-12x+x^2+3+4x^3-2x^2+14x}{(x^2+3)^2}$$

$$\Rightarrow y'=\frac{-x^2+2x+3}{(x^2+3)^2}.$$

Chọn C

Câu 46: Cho hàm số $y=\sqrt{2x^2+5x-4}$. Đạo hàm y' của hàm số là:

A. $\dfrac{4x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}$. **B.** $\dfrac{4x+5}{\sqrt{2x^2+5x-4}}$. **C.** $\dfrac{2x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}$. **D.** $\dfrac{2x+5}{\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức $\left(\sqrt{u}\right)' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$, ta được:

$$y=\sqrt{2x^2+5x-4} \Rightarrow y'=\frac{(2x^2+5x-4)'}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}=\frac{4x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}.$$

Chọn A

Câu 47: Cho hàm số $f(x)=2x^3+1$. Giá trị $f'(-1)$ bằng:

A. 6. **B.** 3. **C.** -2. **D.** -6.

Hướng dẫn giải

Có $f(x)=2x^3+1 \Rightarrow f'(x)=6x^2 \Rightarrow f'(-1)=6.(-1)^2=6.$

Chọn A

Câu 48: Cho hàm số $f(x)=ax+b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. $f'(x)=-a$. **B.** $f'(x)=-b$. **C.** $f'(x)=a$. **D.** $f'(x)=b$.

Hướng dẫn giải

Có $f(x)=ax+b \Rightarrow f'(x)=a.$

Chọn C

Câu 49: Đạo hàm của hàm số $y=10$ là:

A. 10. **B.** -10. **C.** 0. **D.** $10x$.

Hướng dẫn giải

Có $y=10 \Rightarrow y'=0.$

Chọn C

Câu 50: Cho hàm số $f(x)=2mx-mx^3$. Số $x=1$ là nghiệm của bất phương trình $f'(x)\le 1$ khi và chỉ khi:

A. $m\ge 1$. **B.** $m\le -1$. **C.** $-1\le m\le 1$. **D.** $m\ge -1$.

Hướng dẫn giải

Có $f(x)=2mx-mx^3 \Rightarrow f'(x)=2m-3mx^2$. Nên $f'(1)\le 1 \Leftrightarrow 2m-3m\le 1 \Leftrightarrow m\ge -1.$

Chọn D

Câu 51: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x^2}$ tại điểm $x=0$ là kết quả nào sau đây?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải

Tập xác định của hàm số là: $D=(0;+\infty)$.

$x=0\notin D\Rightarrow$ không tồn tại đạo hàm tại $x=0$.

Chọn D

Câu 52: Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}x^2 & \text{khi } x\ge 1\\ 2x-1 & \text{khi } x<1\end{cases}$. Hãy chọn câu **sai:**

A. $f'(1)=1$. **B.** Hàm số có đạo hàm tại $x_0=1$.

C. Hàm số liên tục tại $x_0=1$. **D.** $f'(x)=\begin{cases}2x & \text{khi } x\ge 1\\ 2 & \text{khi } x<1\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $f(1)=1$

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+} x^2=1$ và $\lim\limits_{x\to 1^-}=\lim\limits_{x\to 1^-}(2x-1)=1$.

Vậy hàm số liên tục tại $x_0=1$. C đúng.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}(x+1)=2$

$\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{(2x-1)-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{2(x-1)}{x-1}=2$

Vậy hàm số có đạo hàm tại $x_0=1$ và $f'(1)=2$

Vậy A sai. **Chọn A**

Câu 53: Cho hàm số $f(x)=k.\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}$. Với giá trị nào của k thì $f'(1)=\frac{3}{2}$?

A. $k=1$. **B.** $k=\frac{9}{2}$. **C.** $k=-3$. **D.** $k=3$.

Hướng dẫn giải

Ta có $f'(x)=\left(k.x^{\frac{1}{3}}+\sqrt{x}\right)'=k.\frac{1}{3}.\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}+\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$f'(1)=\frac{3}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{3}k+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{3}k=1\Leftrightarrow k=3$

Chọn D

Câu 54: Đạo hàm của hàm số $y=\frac{\sqrt{x}}{1-2x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{1}{2\sqrt{x}(1-2x)^2}$. **B.** $\frac{1}{-4\sqrt{x}}$. **C.** $\frac{1-2x}{2\sqrt{x}(1-2x)^2}$. **D.** $\frac{1+2x}{2\sqrt{x}(1-2x)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có

$$y'=\frac{\left(\sqrt{x}\right)'.(1-2x)-(1-2x)'.\sqrt{x}}{(1-2x)^2}=\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}.(1-2x)+2\sqrt{x}}{(1-2x)^2}$$

$$=\frac{\frac{1-2x+4x}{2\sqrt{x}}}{(1-2x)^2}=\frac{1+2x}{2\sqrt{x}(1-2x)^2}.$$

Chọn D

Câu 55: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{2x-3}{5+x}-\sqrt{2x}$ là:

A. $y'=\dfrac{13}{(x+5)^2}-\dfrac{1}{\sqrt{2x}}$.

B. $y'=\dfrac{17}{(x+5)^2}-\dfrac{1}{2\sqrt{2x}}$.

C. $y'=\dfrac{13}{(x+5)^2}-\dfrac{1}{2\sqrt{2x}}$.

D. $y'=\dfrac{17}{(x+5)^2}-\dfrac{1}{\sqrt{2x}}$.

Hướng dẫn giải

Cách 1: Ta có $y'=\dfrac{(2x-3)'.(5+x)-(2x-3).(5+x)'}{(5+x)^2}-\dfrac{(2x)'}{2\sqrt{2x}}$

$=\dfrac{2(5+x)-(2x-3)}{(5+x)^2}-\dfrac{2}{2\sqrt{2x}}.=\dfrac{10+2x-2x+3}{(5+x)^2}-\dfrac{x}{\sqrt{2x}}=\dfrac{13}{(5+x)^2}-\dfrac{x}{\sqrt{2x}}$.

Cách 2: Ta có $y'=\dfrac{2.5+3.1}{(5+x)^2}-\dfrac{(2x)'}{2\sqrt{2x}}=\dfrac{13}{(5+x)^2}-\dfrac{x}{\sqrt{2x}}$.

Chọn A

Có thể dùng công thức $\left(\dfrac{ax+b}{cx+d}\right)'=\dfrac{a.d-b.c}{(cx+d)^2}$.

Câu 56: Đạo hàm của hàm số $y=(2x-1)\sqrt{x^2+x}$ là:

A. $y'=2\sqrt{x^2+x}-\dfrac{4x^2-1}{2\sqrt{x^2+x}}$.

B. $y'=2\sqrt{x^2+x}+\dfrac{4x^2-1}{\sqrt{x^2+x}}$.

C. $y'=2\sqrt{x^2+x}+\dfrac{4x^2-1}{2\sqrt{x^2+x}}$.

D. $y'=2\sqrt{x^2+x}+\dfrac{4x^2+1}{2\sqrt{x^2+x}}$.

Hướng dẫn giải

Ta có

$y'=(2x-1)'.\sqrt{x^2+x}+(2x-1).\left(\sqrt{x^2+x}\right)'=2.\sqrt{x^2+x}+\dfrac{(2x-1)(2x+1)}{2\sqrt{x^2+x}}$

$=2\sqrt{x^2+x}+\dfrac{4x^2-1}{2\sqrt{x^2+x}}$ **Chọn C**

Câu 57: Cho hàm số $y=\dfrac{3x+5}{-1+2x}$. Đạo hàm y' của hàm số là:

A. $\dfrac{7}{(2x-1)^2}$.

B. $\dfrac{1}{(2x-1)^2}$.

C. $-\dfrac{13}{(2x-1)^2}$.

D. $\dfrac{13}{(2x-1)^2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y'=\dfrac{(3x+5)'.(2x-1)-(3x+5)(2x-1)'}{(2x-1)^2}$

$=\dfrac{3(2x-1)-2(3x+5)}{(2x-1)^2}=\dfrac{-13}{(2x-1)^2}$

Chọn C

Có thể dùng công thức $\left(\dfrac{ax+b}{cx+d}\right)'=\dfrac{a.d-b.c}{(cx+d)^2}$

Câu 58: Đạo hàm của $y=\left(x^3-2x^2\right)^2$ bằng :

A. $6x^5-20x^4+16x^3$. **B.** $6x^5+16x^3$.
C. $6x^5-20x^4+4x^3$. **D.** $6x^5-20x^4-16x^3$.

Hướng dẫn giải

Cách 1: Áp dụng công thức $\left(u^n\right)'$

Ta có $y'=2.\left(x^3-2x^2\right).\left(x^3-2x^2\right)'=2\left(x^3-2x^2\right).\left(3x^2-4x\right)$

$=6x^5-8x^4-12x^4+16x^3=6x^5-20x^4+16x^3$

Cách 2 : Khai triển hằng đẳng thức :

Ta có: $y=\left(x^3-2x^2\right)^2=x^6-4x^5+4x^4 \Rightarrow y'=6x^5-20x^4+16x^3$

Chọn A

Câu 59: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+5}{x^2+3x+3}$. Đạo hàm y' của hàm số là:

A. $\dfrac{2x^2+10x+9}{(x^2+3x+3)^2}$. **B.** $\dfrac{-2x^2-10x-9}{(x^2+3x+3)^2}$. **C.** $\dfrac{x^2-2x-9}{(x^2+3x+3)^2}$. **D.** $\dfrac{-2x^2-5x-9}{(x^2+3x+3)^2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có

$$y'=\frac{(2x+5)'.\left(x^2+3x+3\right)-(2x+5)\left(x^2+3x+3\right)'}{\left(x^2+3x+3\right)^2}$$

$$=\frac{2\left(x^2+3x+3\right)-(2x+5).(2x+3)}{\left(x^2+3x+3\right)^2}=\frac{2x^2+6x+6-4x^2-6x-10x-15}{\left(x^2+3x+3\right)^2}$$

$$=\frac{-2x^2-10x-9}{\left(x^2+3x+3\right)^2}.$$

Chọn B

Câu 60: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-2\sqrt{2}x^2+8x-1$. Tập hợp những giá trị của x để $f'(x)=0$ là:

A. $\left\{-2\sqrt{2}\right\}$. **B.** $\left\{2;\sqrt{2}\right\}$. **C.** $\left\{-4\sqrt{2}\right\}$. **D.** $\left\{2\sqrt{2}\right\}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $f'(x)=x^2-4\sqrt{2}x+8$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2-4\sqrt{2}x+8=0 \Leftrightarrow x=2\sqrt{2}$.

Chọn D

Câu 61: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x+9}{x+3}+\sqrt{4x}$ tại điểm $x=1$ bằng:

A. $-\dfrac{5}{8}$. **B.** $\dfrac{25}{16}$. **C.** $\dfrac{5}{8}$. **D.** $\dfrac{11}{8}$.

Hướng dẫn giải

$$f'(x)=\frac{-6}{(x+3)^2}+\frac{2}{\sqrt{4x}}$$

$$f'(1)=\frac{-6}{(1+3)^2}+\frac{2}{\sqrt{4.1}}=\frac{5}{8}.$$

Chọn C

Câu 62: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$. **B.** $\dfrac{1+x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$. **C.** $\dfrac{2(x+1)}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$. **D.** $\dfrac{x^2-x+1}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$.

Hướng dẫn giải

$$y'=\frac{(x-1)'.\sqrt{x^2+1}-(x-1)\left(\sqrt{x^2+1}\right)'}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2}=\frac{\sqrt{x^2+1}-(x-1)\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2}=\frac{x^2+1-x^2+x}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^3}=\frac{1+x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}.$$

Chọn B

Câu 63: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}$ là:

A. $y'=-\dfrac{1}{\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}\right)^2}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}+2\sqrt{x-1}}$.

C. $y'=\dfrac{1}{4\sqrt{x+1}}+\dfrac{1}{4\sqrt{x-1}}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}+\dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}=\dfrac{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}{2}$

$$\Rightarrow y'=\frac{1}{2}\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}\right)'=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}}+\frac{1}{2\sqrt{x-1}}\right)=\frac{1}{4\sqrt{x+1}}+\frac{1}{4\sqrt{x-1}}.$$

Chọn C

Câu 64: Cho hàm số $y=4x-\sqrt{x}$. Nghiệm của phương trình $y'=0$ là

A. $x=\dfrac{1}{8}$. **B.** $x=\sqrt{\dfrac{1}{8}}$. **C.** $x=\dfrac{1}{64}$. **D.** $x=-\dfrac{1}{64}$.

Hướng dẫn giải

$y'=4-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$y'=0\Leftrightarrow 4-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}=0\Leftrightarrow 8\sqrt{x}-1=0\Leftrightarrow \sqrt{x}=\dfrac{1}{8}\Rightarrow x=\dfrac{1}{64}$.

Chọn C

Câu 65: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{3x^2+2x+1}{2\sqrt{3x^3+2x^2+1}}$. Giá trị $f'(0)$ là:

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** Không tồn tại. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

$$f'(0)=\frac{\left(3x^2+2x+1\right)'.2\sqrt{3x^3+2x^2+1}-\left(3x^2+2x+1\right).\left(2\sqrt{3x^3+2x^2+1}\right)'}{\left(2\sqrt{3x^3+2x^2+1}\right)^2}$$

$$=\frac{(6x+2)2\sqrt{3x^3+2x^2+1}-\left(3x^2+2x+1\right)\dfrac{9x^2+4x}{\sqrt{3x^3+2x^2+1}}}{\left(2\sqrt{3x^3+2x^2+1}\right)^2}=\frac{9x^4+6x^3-9x^2+8x+4}{4\left(3x^3+2x^2+1\right)\sqrt{3x^3+2x^2+1}}.$$

$f'(0)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$.

Chọn B

Câu 66: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\frac{-3x+4}{2x+1}$ tại điểm $x=-1$ là

A. $-\frac{11}{3}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** -11. **D.** $-\frac{11}{9}$.

Hướng dẫn giải

$f'(x)=\frac{-11}{(2x+1)^2}\Rightarrow f'(-1)=\frac{-11}{1}=-11$.

Chọn C

Câu 67: Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{x^2-4x^3}$ là :

A. $\frac{x-6x^2}{\sqrt{x^2-4x^3}}$. **B.** $\frac{1}{2\sqrt{x^2-4x^3}}$. **C.** $\frac{x-12x^2}{2\sqrt{x^2-4x^3}}$. **D.** $\frac{x-6x^2}{2\sqrt{x^2-4x^3}}$.

Hướng dẫn giải

$y'=\frac{2x-12x^2}{2\sqrt{x^2-4x^3}}=\frac{x-6x^2}{\sqrt{x^2-4x^3}}$.

Chọn A

Câu 68: Đạo hàm của hàm số $y=\frac{1}{x^2-2x+5}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{-2x-2}{(x^2-2x+5)^2}$. **B.** $\frac{-4x+4}{(x^2-2x+5)^2}$. **C.** $\frac{-2x+2}{(x^2-2x+5)^2}$. **D.** $\frac{2x+2}{(x^2-2x+5)^2}$.

Hướng dẫn giải

$y'=\frac{-(2x-2)}{(x^2-2x+5)^2}=\frac{-2x+2}{(x^2-2x+5)^2}$.

Chọn C

Câu 69: Đạo hàm của hàm số $y=\left(x^3-5\right).\sqrt{x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{7}{2}\sqrt{x^5}-\frac{5}{2\sqrt{x}}$. **B.** $3x^2-\frac{1}{2\sqrt{x}}$. **C.** $3x^2-\frac{5}{2\sqrt{x}}$. **D.** $\frac{7}{2}\sqrt[5]{x^2}-\frac{5}{2\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải

$y'=\left(x^3-5\right)'\sqrt{x}+\left(x^3-5\right)\left(\sqrt{x}\right)'=3x^2.\sqrt{x}+\left(x^3-5\right)\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{7x^3-5}{2\sqrt{x}}=\frac{7}{2}\sqrt{x^5}-\frac{5}{2\sqrt{x}}$.

Chọn A

Câu 70: Đạo hàm của hàm số $y=\frac{1}{2}x^6-\frac{3}{x}+2\sqrt{x}$ là:

A. $y'=3x^5+\frac{3}{x^2}+\frac{1}{\sqrt{x}}$. **B.** $y'=6x^5+\frac{3}{x^2}+\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

C. $y'=3x^5-\frac{3}{x^2}+\frac{1}{\sqrt{x}}$. **D.** $y'=6x^5-\frac{3}{x^2}+\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải

$y'=3x^5+\frac{3}{x^2}+\frac{1}{\sqrt{x}}$.

Chọn A

Câu 71: Cho hàm số $y=-4x^3+4x$. Để $y'\geq 0$ thì x nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây ?

A. $\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$.

B. $\left[-\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{\sqrt{3}}\right]$.

C. $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right]\cup\left[\sqrt{3};+\infty\right)$.

D. $\left(-\infty;-\frac{1}{\sqrt{3}}\right]\cup\left[\frac{1}{\sqrt{3}};+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y=-4x^3+4x\Rightarrow y'=-12x^2+4$.

Nên $y'\ge 0\Leftrightarrow -12x^2+4\ge 0\Leftrightarrow x\in\left[-\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{\sqrt{3}}\right]$.

Chọn B

Câu 72: Hàm số $y=2x+1+\frac{2}{x-2}$ có y' bằng?.

A. $\frac{2x^2+8x+6}{(x-2)^2}$.
B. $\frac{2x^2-8x+6}{x-2}$.
C. $\frac{2x^2-8x+6}{(x-2)^2}$.
D. $\frac{2x^2+8x+6}{x-2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y'=2-\frac{2}{\left(x-2\right)^2}=\frac{2x^2-8x+6}{(x-2)^2}$.

Chọn C

Câu 73: Đạo hàm của hàm số $y=\frac{1}{(x-1)(x+3)}$ bằng biểu thức nào sau đây ?.

A. $\frac{1}{(x+3)^2(x-1)^2}$.
B. $\frac{1}{2x+2}$.
C. $-\frac{2x+2}{(x^2+2x-3)^2}$.
D. $\frac{-4}{\left(x^2+2x-3\right)^2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có : $y=\frac{1}{(x-1)(x+3)}=\frac{1}{x^2+2x-3}\Rightarrow y'=-\frac{\left(x^2+2x-3\right)'}{\left(x^2+2x-3\right)^2}=-\frac{2x+2}{\left(x^2+2x-3\right)^2}$.

Chọn C

Câu 74: Cho hàm số $y=-3x^3+25$. Các nghiệm của phương trình $y'=0$ là.

A. $x=\pm\frac{5}{3}$.
B. $x=\pm\frac{3}{5}$.
C. $x=0$.
D. $x=\pm 5$.

Hướng dẫn giải :

Ta có: $y'=-9x^2+25$

$y'=0\Leftrightarrow -9x^2+25=0\Leftrightarrow x=\pm\frac{5}{3}$.

Chọn A

Câu 75: Cho hàm số $y=\sqrt[3]{x^2}$. Có đạo hàm là.

A. $y'=\frac{1}{2\sqrt[3]{x^2}}$.
B. $y'=\frac{2}{3\sqrt[3]{x^2}}$.
C. $y'=\frac{-2}{3\sqrt[3]{x^2}}$.
D. $y'=\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $y=\sqrt[3]{x^2}=x^{\frac{2}{3}}\Rightarrow y'=\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}=\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$.

Chọn D (đề xuất bỏ)

Câu 76: Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2+3x-1}{x^2-5x+2}$. Đạo hàm y' của hàm số là.

A. $\dfrac{-13x^2-10x+1}{(x^2-5x+2)^2}$. **B.** $\dfrac{-13x^2+5x+11}{(x^2-5x+2)^2}$. **C.** $\dfrac{-13x^2+5x+1}{(x^2-5x+2)^2}$. **D.** $\dfrac{-13x^2+10x+1}{(x^2-5x+2)^2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y=\dfrac{2x^2+3x-1}{x^2-5x+2}$.

$$y'=\frac{\left(2x^3+3x-1\right)'\left(x^2-5x+2\right)-\left(2x^3+3x-1\right)\left(x^2-5x+2\right)'}{\left(x^2-5x+2\right)^2}.$$

$$y'=\frac{\left(6x^2+3\right)\left(x^2-5x+2\right)-\left(2x^3+3x-1\right)\left(2x-5\right)}{\left(x^2-5x+2\right)^2}=\frac{-13x^2+10x+1}{(x^2-5x+2)^2}.$$

Chọn D

Câu 77: Tìm số $f(x)=x^3-3x^2+1$. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ âm khi và chỉ khi.

A. $0<x<2$. **B.** $x<1$. **C.** $x<0$ hoặc $x>1$. **D.** $x<0$ hoặc $x>2$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $f'(x)=3x^2-6x.$

$f'(x)<0\Leftrightarrow 3x^2-6x<0\Leftrightarrow 0<x<2.$

Chọn A

Câu 78: Cho hàm số $f(x)=x\sqrt{x}$ có đạo hàm $f'(x)$ bằng.

A. $\dfrac{3\sqrt{x}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{x}}{2x}$. **C.** $\sqrt{x}+\dfrac{\sqrt{x}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{x}}{2}$.

Hướng dẫn giải.

Ta có: $f(x)=x\sqrt{x}=x^{\frac{3}{2}}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}=\dfrac{3}{2}\sqrt{x}.$

Chọn A

Câu 79: Cho hàm số $f(x)=-1+\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$ có đạo hàm là.

A. $-\dfrac{1}{3x\sqrt[3]{x^2}}$. **B.** $-\dfrac{1}{3}x\sqrt[3]{x}$. **C.** $\dfrac{1}{3}x\sqrt[3]{x}$. **D.** $-\dfrac{1}{3x\sqrt[3]{x}}$.

Hướng dẫn giải.

Ta có: $f(x)=-1+\dfrac{1}{3\sqrt{x}}=-1+x^{-\frac{1}{3}}\Rightarrow f'(x)=-1+x^{-\frac{4}{3}}=\dfrac{-1}{3^3\sqrt{x^4}}=\dfrac{-1}{3x\sqrt[3]{x}}.$

Chọn D (đề xuất bỏ)

Câu 80: Đạo hàm của hàm số $y=\left(3x^2-1\right)^2$ là y' bằng.

A. $2\left(3x^2-1\right)$. **B.** $6\left(3x^2-1\right)$. **C.** $6x\left(3x^2-1\right)$. **D.** $12x\left(3x^2-1\right)$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $y=\left(3x^2-1\right)^2\Rightarrow y'=2\left(3x^2-1\right)\left(3x^2-1\right)'=12x\left(3x^2-1\right).$

Chọn D

Câu 81: Đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2-2\right)\left(2x-1\right)$ là:

A. $y'=4x$. **B.** $y'=3x^2-6x+2$. **C.** $y'=2x^2-2x+4$. **D.** $y'=6x^2-2x-4$.

Hướng dẫn giải

$y=\left(x^2-2\right)\left(2x-1\right)\Rightarrow y'=2x\left(2x-1\right)+2\left(x^2-2\right)=6x^2-2x-4$

Chọn D.

Câu 82: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{2-x}{3x+1}$ là:

A. $y'=\dfrac{-7}{3x+1}$. **B.** $y'=\dfrac{5}{\left(3x+1\right)^2}$. **C.** $y'=\dfrac{-7}{\left(3x+1\right)^2}$. **D.** $y'=\dfrac{5}{3x+1}$.

Hướng dẫn *giải*

$y=\dfrac{2-x}{3x+1}\Rightarrow y'=\dfrac{-\left(3x+1\right)-3\left(2-x\right)}{\left(3x+1\right)^2}=\dfrac{-7}{\left(3x+1\right)^2}$.

Chọn C.

Câu 83: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^3}{x-1}$. Tập nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ là

A. $\left\{0;\dfrac{2}{3}\right\}$. **B.** $\left\{-\dfrac{2}{3};0\right\}$. **C.** $\left\{0;\dfrac{3}{2}\right\}$. **D.** $\left\{-\dfrac{3}{2};0\right\}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $f'(x)=\left(\dfrac{x^3}{x-1}\right)'=\dfrac{3x^2\left(x-1\right)-x^3}{\left(x-1\right)^2}=\dfrac{2x^3-3x^2}{\left(x-1\right)^2}\Rightarrow f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 2x^3-3x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$

Chọn C.

Câu 84: Cho hàm số $y=-2\sqrt{x}+3x$. Để $y'>0$ thì x nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây?

A. $\left(-\infty;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{9}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{9};+\infty\right)$. **D.** $\varnothing$.

Hướng dẫn giải

$y=-2\sqrt{x}+3x\Rightarrow y'=3-\dfrac{1}{\sqrt{x}};y'>0\Leftrightarrow 3-\dfrac{1}{\sqrt{x}}>0\Leftrightarrow\sqrt{x}>\dfrac{1}{3}\Rightarrow x>\dfrac{1}{9}$.

Chọn C.

Câu 85: Cho hàm số $y=2x^3-3x^2-5$. Các nghiệm của phương trình $y'=0$ là

A. $x=\pm1$. **B.** $x=-1\vee x=\dfrac{5}{2}$. **C.** $x=-\dfrac{5}{2}\vee x=1$. **D.** $x=0\vee x=1$.

Hướng dẫn *giải*

$y'=6x^2-6x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 6x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Chọn D.

Câu 86: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$. Tập nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ là

A. $\left\{0\right\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$. **D.** $\varnothing$.

Hướng dẫn giải

$$f'(x)=\frac{2x\left(x^2+1\right)-2x\left(x^2-1\right)}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{4x}{\left(x^2+1\right)}\Rightarrow f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=0.$$

Chọn A.

Câu 87: Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{1-2x^2}$ là kết quả nào sau đây?

A. $\frac{-4x}{2\sqrt{1-2x^2}}$. **B.** $\frac{1}{2\sqrt{1-2x^2}}$. **C.** $\frac{2x}{\sqrt{1-2x^2}}$. **D.** $\frac{-2x}{\sqrt{1-2x^2}}$.

Hướng dẫn giải

$$y=\sqrt{1-2x^2}\Rightarrow y'=\frac{\left(1-x^2\right)'}{2\sqrt{1-2x^2}}=\frac{-2x}{\sqrt{1-2x^2}}.$$

Chọn D.

Câu 88: Cho hàm số $y=\left(2x^2+1\right)^3$. Để $y'\geq 0$ thì x nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây?

A. $\varnothing$. **B.** $\left(-\infty;0\right]$. **C.** $\left[0;+\infty\right)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

$$y=\left(2x^2+1\right)^3\Rightarrow y'=12x\left(2x^2+1\right)^2\Rightarrow y'\geq 0\Leftrightarrow x\geq 0$$

Chọn C.

Câu 89: Cho hàm số $y=\sqrt{4x^2+1}$. Để $y'\leq 0$ thì x nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây?

A. $\varnothing$. **B.** $\left(-\infty;0\right)$. **C.** $\left(0;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;0\right]$.

Hướng dẫn giải

$$y=\sqrt{4x^2+1}\Rightarrow y'=\frac{4x}{\sqrt{4x^2+1}}\Rightarrow y'\leq 0\Leftrightarrow x\leq 0$$

Chọn D.

Câu 90: Cho $f\left(x\right)=x^2$ và $x_0\in\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $f'\left(x_0\right)=2x_0$. **B.** $f'\left(x_0\right)=x_0$.

C. $f'\left(x_0\right)=x_0^2$. **D.** $f'\left(x_0\right)$ không tồn tại.

Hướng dẫn giải

$$f\left(x\right)=x^2\Rightarrow f'\left(x\right)=2x$$

Chọn A.

Câu 91: Cho hàm số $f(x)=\frac{1-x}{2x+1}$ thì $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$ có kết quả nào sau đây?

A. Không xác định. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Hàm số không xác định tại $x=-\frac{1}{2}$ nên $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$ không xác định

Chọn A.

Câu 92: Cho hàm số $y=f(x)=\sqrt{4x+1}$. Khi đó $f'\left(2\right)$ bằng:

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y' = \dfrac{2}{\sqrt{4x+1}}$ nên $f'(2) = \dfrac{2}{3}$.

Chọn A.

Câu 93: Cho hàm số $f(x) = \dfrac{5x-1}{2x}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) < 0$ là

A. $\varnothing$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **C.** $(-\infty; 0)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Lưu ý: Công thức đạo hàm nhanh $\left(\dfrac{ax+b}{cx+d}\right)' = \dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow \dfrac{2}{(2x)^2} < 0$: vô nghiệm.

Chọn A.

Câu 94: Cho hàm số $f(x) = -x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$. Giá trị $f'(1)$ bằng:

A. 14. **B.** 24. **C.** 15. **D.** 4.

Hướng *dẫn* giải

Ta có $f'(x) = -4x^3 + 12x^2 - 6x + 2$ suy ra $f'(1) = 4$

Chọn D.

Câu 95: Cho hàm số $y = \sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}$. Đạo hàm y' của hàm số là

A. $\dfrac{3x^2 + 2x}{2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}$. **B.** $\dfrac{3x^2 + 2x + 1}{2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}$. **C.** $\dfrac{9x^2 + 4x}{\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}$. **D.** $\dfrac{9x^2 + 4x}{2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}$.

Hướng *dẫn* giải

Công thức $\left(\sqrt{u}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{u}} u'$

Chọn D.

Câu 96: Đạo hàm của hàm số $y = -2x^4 + 3x^3 - x + 2$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-16x^3 + 9x - 1$. **B.** $-8x^3 + 27x^2 - 1$. **C.** $-8x^3 + 9x^2 - 1$. **D.** $-18x^3 + 9x^2 - 1$.

Hướng *dẫn* giải

Công thức $\left(Cx^n\right)' = Cnx^{n-1}$.

Chọn C.

Câu 97: Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x}{x^3 + 1}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) \le 0$ là

A. $\left(-\infty; \sqrt{\dfrac{1}{2}}\right]$. **B.** $\left[\sqrt{\dfrac{1}{2}}; +\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty; \sqrt[3]{\dfrac{1}{2}}\right]$. **D.** $\left[\sqrt[3]{\dfrac{1}{2}}; +\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

$f'(x) \le 0 \Leftrightarrow \dfrac{-2x^3 + 1}{(x^3 + 1)^2} \le 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2x^3 + 1 \le 0 \\ x \ne -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \ge \sqrt[3]{\dfrac{1}{2}}$.

Chọn D.

Câu 98: Cho hàm số $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{x+1}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$ là

A. $(-\infty;1)\setminus\{-1;0\}$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

$$f'(x)>0 \Leftrightarrow \frac{-x+1}{2\sqrt{x}.(x+1)^2}>0 \Leftrightarrow \begin{cases}-x+1>0\\ x\neq 0\\ x\neq -1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<1\\ x\neq 0\\ x\neq -1\end{cases}.$$

Chọn A.

Câu 99: Hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$ có y' bằng

A. $\dfrac{x^2+4x-3}{x+2}$. **B.** $\dfrac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}$. **C.** $\dfrac{x^2+4x+3}{x+2}$. **D.** $\dfrac{x^2+4x+9}{(x+2)^2}$.

Hướng dẫn giải

Lưu ý: *áp dụng công thức đạo hàm nhanh* $\left(\dfrac{ax^2+bx+c}{ex+d}\right)'=\dfrac{ae.x^2+2adx+bd-ec}{(ex+d)^2}$.

Chọn B.

Câu 100: Cho hàm số $y=\dfrac{8x^2+x}{4x+5}$. Đạo hàm y' của hàm số là

A. $\dfrac{32x^2+80x+5}{4x+5}$. **B.** $\dfrac{-32x^2+8x-5}{(4x+5)^2}$. **C.** $\dfrac{32x^2+80x+5}{(4x+5)^2}$. **D.** $\dfrac{16x+1}{(4x+5)^2}$.

Hướng dẫn giải

Lưu ý: *áp dụng công thức đạo hàm nhanh* $\left(\dfrac{ax^2+bx+c}{ex+d}\right)'=\dfrac{ae.x^2+2adx+bd-ec}{(ex+d)^2}$.

Chọn C.

Câu 101: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng:

A. $\dfrac{2}{(x+1)^2}$. **B.** $\dfrac{3}{(x+1)^2}$. **C.** $\dfrac{1}{(x+1)^2}$. **D.** $\dfrac{-1}{(x+1)^2}$.

Hướng dẫn giải

Cách 1: Ta có $y'=\dfrac{(2x-1)'(x+1)-(2x-1)(x+1)'}{(x+1)^2}=\dfrac{2(x+1)-(2x-1)}{(x+1)^2}=\dfrac{3}{(x+1)^2}$

Cách 2: Ta có $y'=\dfrac{2.1-1.(-1)}{(x+1)^2}=\dfrac{3}{(x+1)^2}$.

Chọn B.

Câu 102: Cho hàm số $f(x)=\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng:

A. $\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. **B.** $1+\dfrac{1}{x^2}$. **C.** $x+\dfrac{1}{x}-2$. **D.** $1-\dfrac{1}{x^2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $f(x)=x+\dfrac{1}{x}-2$. Suy ra $f'(x)=1-\dfrac{1}{x^2}$

Chọn D.

Câu 103: Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x^2}$. Khi đó $f'(0)$ là kết quả nào sau đây?

A. Không tồn tại. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Ta có $f(x)=\sqrt{x^2}=|x|$ nên $f'(0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(\Delta x+0)-f(0)}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{|\Delta x|}{\Delta x}$.

Do $\lim\limits_{\Delta x^-\to 0}\dfrac{|\Delta x|}{\Delta x}=-1\ne\lim\limits_{\Delta x^+\to 0}\dfrac{|\Delta x|}{\Delta x}=1$ nên $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{|\Delta x|}{\Delta x}$ không tồn tại.

Chọn A.

Câu 104: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x}}{x} & \text{khi } x>0\\ 0 & \text{khi } x=0\end{cases}$. Xét hai mệnh đề sau:

(I) $f'(0)=1$. (II) Hàm số không có đạo hàm tại $x_0=0$.

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều sai. **D.** Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải

Gọi Δx là số gia của đối số tại 0 sao cho $\Delta x>0$.

Ta có $f'(0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(\Delta x+0)-f(0)}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\sqrt{\Delta x}}{\Delta^2 x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{1}{\Delta x\sqrt{\Delta x}}=+\infty$.

Nên hàm số không có đạo hàm tại 0.

Chọn B.

Câu 105: Cho hàm số $f(x)=\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^3$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng:

A. $\dfrac{3}{2}\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x^2\sqrt{x}}\right)$.

B. $x\sqrt{x}-3\sqrt{x}+\dfrac{3}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x\sqrt{x}}$.

C. $\dfrac{3}{2}\left(-\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x^2\sqrt{x}}\right)$.

D. $\dfrac{3}{2}\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x^2\sqrt{x}}\right)$.

Hướng dẫn giải

Ta có $f'(x)=3\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^2\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)'=3\left(x+\dfrac{1}{x}-2\right)\left(\dfrac{1}{2\sqrt{x}}+\dfrac{1}{2\text{x}\sqrt{x}}\right)=$

$$=\frac{3}{2}\left(\sqrt{x}-\frac{1}{x\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x^2\sqrt{x}}\right).$$

Chọn D.

Câu 106: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{-4x-3}{x+5}$. Đạo hàm $f'(x)$ của hàm số là

A. $-\dfrac{17}{(x+5)^2}$. **B.** $-\dfrac{19}{(x+5)^2}$. **C.** $-\dfrac{23}{(x+5)^2}$. **D.** $\dfrac{17}{(x+5)^2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $f'(x)=\dfrac{-4.5-1.(-3)}{(x+5)^2}=\dfrac{-17}{(x+5)^2}$.

Chọn A.

3. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Câu 107: Hàm số $y=\sqrt{\cot 2x}$ có đạo hàm là:

A. $y'=\dfrac{1+\tan^2 2x}{\sqrt{\cot 2x}}$. **B.** $y'=\dfrac{-(1+\tan^2 2x)}{\sqrt{\cot 2x}}$. **C.** $y'=\dfrac{1+\cot^2 2x}{\sqrt{\cot 2x}}$. **D.** $y'=\dfrac{-(1+\cot^2 2x)}{\sqrt{\cot 2x}}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y'=\dfrac{(\cot 2x)'}{2\sqrt{\cot 2x}}=\dfrac{-2\left(1+\cot^2 2x\right)}{2\sqrt{\cot 2x}}=\dfrac{-\left(1+\cot^2 2x\right)}{\sqrt{\cot 2x}}$.

Chọn D.

Câu 108: Đạo hàm của hàm số $y=3\sin 2x+\cos 3x$ là:

A. $y'=3\cos 2x-\sin 3x$. **B.** $y'=3\cos 2x+\sin 3x$.

C. $y'=6\cos 2x-3\sin 3x$. **D.** $y'=-6\cos 2x+3\sin 3x$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y'=3.2\cos 2x-3\sin 3x=6\cos 2x-3\sin 3x$.

Chọn C.

Câu 109: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x}$ là:

A. $y'=\dfrac{-\sin 2x}{(\sin x-\cos x)^2}$. **B.** $y'=\dfrac{\sin^2 x-\cos^2 x}{(\sin x-\cos x)^2}$.

C. $y'=\dfrac{-2-2\sin 2x}{(\sin x-\cos x)^2}$. **D.** $y'=\dfrac{-2}{(\sin x-\cos x)^2}$.

Hướng dẫn giải

Cách 1: Ta có $y'=\dfrac{(\sin x+\cos x)'(\sin x-\cos x)-(\sin x+\cos x)(\sin x-\cos x)'}{(\sin x-\cos x)^2}=$

$$=\frac{(\cos x-\sin x)(\sin x-\cos x)-(\sin x+\cos x)(\cos x+\sin x)}{(\sin x-\cos x)^2}=$$

$$=\frac{-(\cos x-\sin x)^2-(\sin x+\cos x)^2}{(\sin x-\cos x)^2}=\frac{-2}{(\sin x-\cos x)^2}.$$

Cách 2: Ta có $y'=\dfrac{1.(-1)-1.1}{(\sin x-\cos x)^2}=\dfrac{-2}{(\sin x-\cos x)^2}$.

Chọn D.

Câu 110: Hàm số $y=2\sqrt{\sin x}-2\sqrt{\cos x}$ có đạo hàm là:

A. $y'=\dfrac{1}{\sqrt{\sin x}}-\dfrac{1}{\sqrt{\cos x}}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{\sqrt{\sin x}}+\dfrac{1}{\sqrt{\cos x}}$.

C. $y'=\dfrac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}-\dfrac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$. **D.** $y'=\dfrac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}+\dfrac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y'=2\dfrac{(\sin x)'}{2\sqrt{\sin x}}-2\dfrac{(\cos x)'}{2\sqrt{\cos x}}=\dfrac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}+\dfrac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$.

Chọn D.

Câu 111: Hàm số $y = \cot x$ có đạo hàm là:

A. $y' = -\tan x.$ **B.** $y' = -\dfrac{1}{\cos^2 x}.$ **C.** $y' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}.$ **D.** $y' = 1 + \cot^2 x.$

Hướng dẫn giải

Áp dụng bảng công thưc đạo hàm.

Chọn C.

Câu 112: Hàm số $y = x\tan 2x$ ó đạo hàm là:

A. $\tan 2x + \dfrac{2x}{\cos^2 x}.$ **B.** $\dfrac{2x}{\cos^2 2x}.$ **C.** $\tan 2x + \dfrac{2x}{\cos^2 2x}.$ **D.** $\tan 2x + \dfrac{x}{\cos^2 2x}.$

Hướng dẫn giải

$$y' = x'\tan 2x + x(\tan 2x)' = \tan 2x + x\frac{(2x)'}{\cos^2 2x} = \tan 2x + x.\frac{2}{\cos^2 2x}.$$

Chọn C.

Câu 113: Hàm số $y = \sin x$ có đạo hàm là:

A. $y' = -\sin x.$ **B.** $y' = \cos x.$ **C.** $y' = \dfrac{1}{\cos x}.$ **D.** $y' = -\cos x.$

Hướng dẫn giải

Áp dụng bảng công thức đạo hàm.

Chọn B.

Câu 114: Hàm số $y = -\dfrac{3}{2}\sin 7x$ có đạo hàm là:

A. $-\dfrac{21}{2}\cos x.$ **B.** $-\dfrac{21}{2}\cos 7x.$ **C.** $\dfrac{21}{2}\cos 7x.$ **D.** $\dfrac{21}{2}\cos x.$

Hướng dẫn giải

$$y' = \left(-\frac{3}{2}\sin 7x\right)' = -\frac{3}{2}.(7x)'\cos 7x = -\frac{21}{2}\cos 7x.$$

Chọn B.

Câu 115: Hàm số $y = \dfrac{\sin x}{x}$ có đạo hàm là:

A. $y' = \dfrac{x\sin x - \cos x}{x^2}.$ **B.** $y' = \dfrac{x\cos x - \sin x}{x^2}.$

C. $y' = \dfrac{x\cos x + \sin x}{x^2}.$ **D.** $y' = \dfrac{x\sin x + \cos x}{x^2}.$

Hướng dẫn giải

$$y' = \left(\frac{\sin x}{x}\right)' = \frac{x'\sin x - x(\sin x)'}{x^2} = \frac{\sin x - x\cos x}{x^2}.$$

Chọn B.

Câu 116: Đạo hàm của $y = \sqrt{\cot x}$ là :

A. $\dfrac{-1}{\sin^2 x\sqrt{\cot x}}.$ **B.** $\dfrac{-1}{2\sin^2 x\sqrt{\cot x}}.$ **C.** $\dfrac{1}{2\sqrt{\cot x}}.$ **D.** $-\dfrac{\sin x}{2\sqrt{\cot x}}.$

Hướng dẫn giải

$y' = \left(\sqrt{\cot x}\right)' = \dfrac{\left(\cot x\right)'}{2\sqrt{\cot x}} = \dfrac{-1}{2\sin^2 x\sqrt{\cot x}}$.

Chọn B.

Câu 117: Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{\sin x}}$. Giá trị $f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ là:

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 0. **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải

$y' = \left(\dfrac{1}{\sqrt{\sin x}}\right)' = -\dfrac{\left(\sin x\right)'}{\left(\sqrt{\sin x}\right)^2} = -\dfrac{\cos x}{\sin x} = -\tan x$

$\Rightarrow f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \tan\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$

Chọn C.

Câu 118: Hàm số $y = \sin\left(\dfrac{\pi}{6} - 3x\right)$ có đạo hàm là:

A. $3\cos\left(\dfrac{\pi}{6} - 3x\right)$. **B.** $-3\cos\left(\dfrac{\pi}{6} - 3x\right)$. **C.** $\cos\left(\dfrac{\pi}{6} - 3x\right)$. **D.** $-3\sin\left(\dfrac{\pi}{6} - 3x\right)$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng bảng công thức đạo hàm của hàm số hợp: $\left(\sin u\right)' = u'.\cos u$

Chọn B.

Câu 119: Cho hàm số $y = f(x) = -\dfrac{\cos x}{3\sin^3 x} + \dfrac{4}{3}\cot x$. Giá trị đúng của $f'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$ bằng:

A. $\dfrac{8}{9}$. **B.** $-\dfrac{9}{8}$. **C.** $\dfrac{9}{8}$. **D.** $-\dfrac{8}{9}$.

Hướng dẫn giải

$y' = f'(x) = \left(-\dfrac{\cos x}{3\sin^3 x} + \dfrac{4}{3}\cot x\right)' = \left(-\cot x.\dfrac{1}{\sin^2 x} + \dfrac{4}{3}\cot x\right)' = \left(-\cot x.(1+\cot^2 x) + \dfrac{4}{3}\cot x\right)'$

$= \left(\cot^3 x + \dfrac{1}{3}\cot x\right)' = 3\cot^2 x.\left(\cot x\right)' - \dfrac{1}{\sin^2 x} = -\dfrac{\cot^2 x}{\sin^2 x} - \dfrac{1}{\sin^2 x}$.

Suy ra $f'\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = -\dfrac{\cot^2\left(\dfrac{\pi}{3}\right)}{\sin^2\left(\dfrac{\pi}{3}\right)} - \dfrac{1}{\sin^2\left(\dfrac{\pi}{3}\right)} = -\dfrac{9}{8}$

Chọn B.

Câu 120: Cho hàm số $y = \sin\sqrt{2+x^2}$. Đạo hàm y' của hàm số là

A. $\dfrac{2x+2}{\sqrt{2+x^2}}\cos\sqrt{2+x^2}$. **B.** $-\dfrac{x}{\sqrt{2+x^2}}\cos\sqrt{2+x^2}$.

C. $\dfrac{x}{\sqrt{2+x^2}}\cos\sqrt{2+x^2}$. **D.** $\dfrac{(x+1)}{\sqrt{2+x^2}}\cos\sqrt{2+x^2}$.

Hướng dẫn giải

$y' = \left(\sin\sqrt{2+x^2}\right)' = \left(\sqrt{2+x^2}\right)'\cos\sqrt{2+x^2} = \dfrac{x}{\sqrt{2+x^2}}\cos\sqrt{2+x^2}$

Chọn C.

Câu 121: Hàm số $y = \tan x - \cot x$ có đạo hàm là:

A. $y' = \dfrac{1}{\sin^2 2x}$. **B.** $y' = \dfrac{4}{\cos^2 2x}$. **C.** $y' = \dfrac{4}{\sin^2 2x}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{\cos^2 2x}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y' = (\tan x - \cot x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x} + \dfrac{1}{\sin^2 x} = \dfrac{1}{\cos^2 x.\sin^2 x} = \dfrac{4}{\sin^2 2x}$

Chọn C.

Câu 122: Đạo hàm của $y = \tan 7x$ bằng:

A. $\dfrac{7}{\cos^2 7x}$. **B.** $-\dfrac{7}{\cos^2 7x}$. **C.** $-\dfrac{7}{\sin^2 7x}$. **D.** $\dfrac{7x}{\cos^2 7x}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y' = (\tan 7x)' = \dfrac{7}{\cos^2 7x}$

Chọn A.

Câu 123: Hàm số $y = \dfrac{1}{2}\cot x^2$ có đạo hàm là:

A. $\dfrac{-x}{2\sin x^2}$. **B.** $\dfrac{x}{\sin^2 x^2}$. **C.** $\dfrac{-x}{\sin x^2}$. **D.** $\dfrac{-x}{\sin^2 x^2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y' = -\dfrac{1}{2}\dfrac{(x^2)'}{\sin^2 x^2} = -\dfrac{x}{\sin^2 x^2}$

Chọn D

Câu 124: Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt[3]{\cos 2x}$. Hãy chọn khẳng định **ĐÚNG.**

A. $f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = -1$. **B.** $f'(x) = \dfrac{-2\sin 2x}{3\sqrt[3]{\cos 2x}}$.

C. $3y.y' + 2\sin 2x = 0$. **D.** $f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y' = \dfrac{(\cos 2x)'}{3\sqrt[3]{\cos^2 2x}} = -\dfrac{2\sin 2x}{3\sqrt[3]{\cos^2 2x}} \Rightarrow f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$. **Chọn D.**

Câu 125: Cho hàm số $y = \sin\left(\dfrac{\pi}{3} - \dfrac{x}{2}\right)$. Khi đó phương trình $y' = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{3} - k\pi$. **C.** $x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi$. **D.** $x = -\dfrac{\pi}{3} + k\pi$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y' = -\dfrac{1}{2}\cos\left(\dfrac{\pi}{3} - \dfrac{x}{2}\right) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}\cos\left(\dfrac{\pi}{3} - \dfrac{x}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{\pi}{3} - \dfrac{x}{2} = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$

$\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{3}-2k\pi, k\in Z$

Chọn C (vì $x=-\frac{\pi}{3}-2k\pi, k\in Z \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{3}+2l\pi, l\in \mathbb{Z}$)

Câu 126: Đạo hàm của $y=\sqrt{\cos x}$ là

A. $\frac{\cos x}{2\sqrt{\cos x}}$. **B.** $\frac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$. **C.** $\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$. **D.** $\frac{-\sin x}{\sqrt{\cos x}}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y'=\frac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$. **Chọn B.**

Câu 127: Hàm số $y=x^2.\cos x$ có đạo hàm là

A. $y'=2x\cos x-x^2\sin x$. **B.** $y'=2x\cos x+x^2\sin x$.

C. $y'=2x\sin x+x^2\cos x$. **D.** $y'=2x\sin x-x^2\cos x$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y'=2x.\cos x+x^2.(-\sin x)=2x\cos x-x^2.\sin x$

Chọn A.

Câu 128: Đạo hàm của hàm số $y=\sin^2 2x.\cos x+\frac{2}{\sqrt{x}}$ là

A. $y'=2\sin 2x.\cos x-\sin x.\sin^2 2x-2\sqrt{x}.$ **B.** $y'=2\sin 2x.\cos x-\sin x.\sin^2 2x-2\sqrt{x}.$

C. $y'=2\sin 4x.\cos x+\sin x.\sin^2 2x-\frac{1}{x\sqrt{x}}$. **D.** $y'=2\sin 4x.\cos x-\sin x.\sin^2 2x-\frac{1}{x\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải

Ta có

$$y'=2\sin 2x.\cos 2x.\cos x+\sin^2 2x.(-\sin x)-\frac{1}{x\sqrt{x}}=\sin 4x.\cos x-\sin^2 2x.\sin x-\frac{1}{x\sqrt{x}}$$

Chọn D.

Câu 129: Đạo hàm của hàm số $y=\tan^2 x-\cot^2 x$ là

A. $y'=2\frac{\tan x}{\cos^2 x}+2\frac{\cot x}{\sin^2 x}$. **B.** $y'=2\frac{\tan x}{\cos^2 x}-2\frac{\cot x}{\sin^2 x}$.

C. $y'=2\frac{\tan x}{\sin^2 x}+2\frac{\cot x}{\cos^2 x}$. **D.** $y'=2\tan x-2\cot x.$

Hướng dẫn giải

Ta có $y'=2\tan x.\frac{1}{\cos^2 x}-2\cot x.\left(-\frac{1}{\sin^2 x}\right)=\frac{2\tan x}{\cos^2 x}+\frac{2\cot x}{\sin^2 x}$

Chọn A.

Câu 130: Đạo hàm của hàm số $y=\cos(\tan x)$ bằng

A. $\sin(\tan x)\cdot\frac{1}{\cos^2 x}$. **B.** $-\sin(\tan x)\cdot\frac{1}{\cos^2 x}$.

C. $\sin(\tan x)$. **D.** $-\sin(\tan x)$.

Hướng dẫn giải

$y' = -\sin(\tan x)\cdot\dfrac{1}{\cos^2 x}$.

Chọn B.

Câu 131: Hàm số $y = \cos x$ có đạo hàm là

A. $y' = -\sin x$. **B.** $y' = -\cos x$. **C.** $y' = \dfrac{1}{\sin x}$ **D.** $y' = \sin x$.

Hướng dẫn giải

$y' = -\sin x$. **Chọn A.**

Câu 132: Đạo hàm của hàm số $f(x) = 2\sin 2x + \cos 2x$ là

A. $4\cos 2x + 2\sin 2x$. **B.** $2\cos 2x - 2\sin 2x$.

C. $4\cos 2x - 2\sin 2x$. **D.** $-4\cos 2x - 2\sin 2x$.

Hướng dẫn giải

$f'(x) = 4\cos 2x - 2\sin 2x$. **Chọn C.**

Câu 133: Đạo hàm của hàm số $y = \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - 2x\right)$ là y' bằng

A. $-2\sin 2x$. **B.** $-\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - 2x\right)$. **C.** $2\sin 2x$. **D.** $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - 2x\right)$.

Hướng dẫn giải

$y' = -2\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - 2x\right) = -2\sin(2x)$. **Chọn A.**

Câu 134: Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{\cos^2 x}{1 + \sin^2 x}$. Biểu thức $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right) - 3f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ bằng

A. -3. **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** 3. **D.** $-\dfrac{8}{3}$.

Hướng dẫn giải

$$f'(x) = \frac{-2\cos x\sin x\left(1 + \sin^2 x\right) - 2\cos x\sin x\cos^2 x}{\left(1 + \sin^2 x\right)^2}$$

$$= \frac{-2\cos x\sin x\left(1 + \sin^2 x + \cos^2 x\right)}{\left(1 + \sin^2 x\right)^2} = \frac{-4\cos x\sin x}{\left(1 + \sin^2 x\right)^2} \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{-8}{9}$$

$f\left(\dfrac{\pi}{4}\right) - 3f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{1}{3} + \dfrac{8}{3} = 3$. **Chọn C.**

Câu 135: Cho hàm số $y = f(x) = \sin^3 5x.\cos^2\dfrac{x}{3}$. Giá trị đúng của $f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. $-\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **C.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

$$f'(x) = 3.5.\cos 5x.\sin^2 5x.\cos^2\frac{x}{3} - \sin^3 5x\cdot\frac{2}{3}\cdot\sin\frac{x}{3}\cdot\cos\frac{x}{3}$$

$f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0 - 1.\dfrac{\sqrt{3}}{2.3} = -\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **Chọn A.**

Câu 136: Đạo hàm của $y=\sin^2 4x$ là

A. $2\sin 8x$. **B.** $8\sin 8x$. **C.** $\sin 8x$. **D.** $4\sin 8x$.

Hướng dẫn giải

$y'=2.4.\sin 4x.\cos 4x=4\sin 8x$. **Chọn D.**

Câu 137: Cho hàm số $f(x)=\tan\left(x-\frac{2\pi}{3}\right)$. Giá trị $f'(0)$ bằng

A. $-\sqrt{3}$. **B.** 4. **C.** -3. **D.** $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

$f'(x)=\dfrac{1}{\cos^2\left(x-\frac{2\pi}{3}\right)}\Rightarrow f'(0)=\dfrac{1}{\frac{1}{4}}=4$. **Chọn B.**

Câu 138: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{\cos x}{1+2\sin x}$. Chọn kết quả **SAI**

A. $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{5}{4}$. **B.** $f'(0)=-2$. **C.** $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{1}{3}$. **D.** $f'(\pi)=-2$.

Hướng dẫn giải

$f'(x)=\dfrac{-\sin x.(1+2\sin x)-\cos x.2.\cos x}{(1+2\sin x)^2}=\dfrac{-\sin x-2}{(1+2\sin x)^2}$

$f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{-5}{8}; f'(0)=-2; f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{-1}{3}; f'(\pi)=-2$. **Chọn A.**

Câu 139: Hàm số $y=2\cos x^2$ có đạo hàm là

A. $-2\sin x^2$. **B.** $-4x\cos x^2$. **C.** $-2x\sin x^2$. **D.** $-4x\sin x^2$.

Hướng dẫn giải

$y'=-2.2x.\sin x^2=-4x\sin x^2$. **Chọn D.**

Câu 140: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{\sin 3x}$ là

A. $\dfrac{3\cos 3x}{\sqrt{\sin 3x}}$. **B.** $\dfrac{3\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$. **C.** $-\dfrac{3\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$. **D.** $\dfrac{\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$.

Hướng dẫn giải

$f'(x)=\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{\cos 3x}{\sqrt{\sin 3x}}$. **Chọn B.**

Câu 141: Cho hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2}}{\cos 3x}$. Khi đó $y'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ là:

A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=-\sqrt{2}.\dfrac{(\cos 3x)'}{\cos^2 3x}=\dfrac{3\sqrt{2}.\sin 3x}{\cos^2 3x}$. Do đó $y'\left(\frac{\pi}{3}\right)=\dfrac{3\sqrt{2}.\sin\pi}{\cos^2\pi}=0$

Chọn D.

Câu 142: Hàm số $y=-\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{3}-x^2\right)$ có đạo hàm là:

A. $x.\cos\left(\frac{\pi}{3}-x^2\right)$. **B.** $\frac{1}{2}x^2\cos\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$. **C.** $\frac{1}{2}x\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$. **D.** $\frac{1}{2}x\cos\left(\frac{\pi}{3}-x^2\right)$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=-\frac{1}{2}.(-2x).\cos\left(\frac{\pi}{3}-x^2\right)=x.\cos\left(\frac{\pi}{3}-x^2\right)$

Chọn A.

Câu 143: Cho hàm số $dy=\cos(\sin x)\,dx$. Khi đó $\dfrac{y'\left(\frac{\pi}{8}\right)}{y'\left(\frac{\pi}{3}\right)}$ có giá trị nào sau đây?

A. 1 **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ **D.** 0

Hướng dẫn giải

Ta có: $\dfrac{y'\left(\frac{\pi}{8}\right)}{y'\left(\frac{\pi}{3}\right)}=\dfrac{\cos\left(\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)\right)}{\cos\left(\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)}=?$

Không có đáp án nào đúng?

Câu 144: Cho hàm số $y=\cos\left(\frac{2\pi}{3}+2x\right)$. Khi đó phương trình $y'=0$ có nghiệm là:

A. $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2}$. **C.** $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi$. **D.** $x=-\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=-2.\sin\left(\frac{2\pi}{3}+2x\right)$

Theo giả thiết $y'=0\Leftrightarrow\sin\left(\frac{2\pi}{3}+2x\right)=0\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2}\quad(k\in\mathbb{Z})$

Chọn D.

Câu 145: Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\sin x & \text{khi } x\ge 0\\ \sin(-x) & \text{khi } x<0\end{cases}$. Tìm khẳng định **SAI**?

A. Hàm số f không có đạo hàm tại $x_0=0$. **B.** Hàm số f không liên tục tại $x_0=0$.

C. $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$. **D.** $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\sin x=\sin 0=0\\ \lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}\sin(-x)=\sin 0=0\end{cases}$

$\Rightarrow \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0} f(x) = 0 = f(0)$

$\Rightarrow$ Hàm số liên tục tại $x_0 = 0$

Chọn B.

Câu 146: Cho hàm số $y = f(x) = \sin(\pi \sin x)$. Giá trị $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ bằng:

A. $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** $-\frac{\pi}{2}$. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y' = (\pi.\sin x)'.\cos(\pi.\sin x) = \pi.\cos x.\cos(\pi.\sin x)$

$\Rightarrow y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \pi.\cos\frac{\pi}{6}.\cos\left(\pi.\sin\frac{\pi}{6}\right) = \pi.\frac{\sqrt{3}}{2}.\cos\left(\pi.\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}.\pi}{2}.\cos\frac{\pi}{2} = 0$

Chọn D.

Câu 147: Cho hàm số $y = f(x) - \cos^2 x$ với $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong bốn biểu thức dưới đây, biểu thức nào xác định hàm $f(x)$ thỏa mãn $y' = 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. $x + \frac{1}{2}\cos 2x$. **B.** $x - \frac{1}{2}\cos 2x$. **C.** $x - \sin 2x$. **D.** $x + \sin 2x$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y' = f'(x) - 2.\cos x.(-\sin x) = f'(x) + 2.\cos x.\sin x = f'(x) + \sin 2x$

$\Rightarrow y' = 1 \Leftrightarrow f'(x) + \sin 2x = 1 \Leftrightarrow f'(x) = 1 - \sin 2x \Leftrightarrow f(x) = x + \frac{1}{2}\cos 2x$

Chọn A.

Câu 148: Đạo hàm của hàm số $y = -\frac{2}{\tan(1-2x)}$ bằng:

A. $\frac{4x}{\sin^2(1-2x)}$ **B.** $\frac{-4}{\sin(1-2x)}$ **C.** $\frac{-4x}{\sin^2(1-2x)}$ **D.** $\frac{-4}{\sin^2(1-2x)}$

Hướng dẫn giải

Ta có: $y' = -2.\frac{-(\tan(1-2x))'}{\tan^2(1-2x)} = 2\cdot\frac{-2\cdot\frac{1}{\cos^2 x}}{\tan^2(1-2x)} = \frac{-4}{\sin^2(1-2x)}$

Chọn D.

Câu 149: Chọn mệnh đề **ĐÚNG** trong các mệnh đề sau?

A. Hàm số $y = \cos x$ có đạo hàm tại mọi điểm thuộc miền xác định của nó.

B. Hàm số $y = \tan x$ có đạo hàm tại mọi điểm thuộc miền xác định của nó.

C. Hàm số $y = \cot x$ có đạo hàm tại mọi điểm thuộc miền xác định của nó.

D. Hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ có đạo hàm tại mọi điểm thuộc miền xác định của nó.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 150: Cho hàm số $y=\sqrt{x\tan x}$. Xét hai đẳng thức sau:

(I) $y'=\dfrac{x\left(\tan^2 x+\tan x+1\right)}{2\sqrt{x\tan x}}$ (II) $y'=\dfrac{x\tan^2 x+\tan x+1}{2\sqrt{x\tan x}}$

Đẳng thức nào đúng?

A. Chỉ (II). **B.** Chỉ (I). **C.** Cả hai đều sai. **D.** Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=\dfrac{(x.\tan x)'}{2.\sqrt{x.\tan x}}=\dfrac{x'.\tan x+x.(\tan x)'}{2.\sqrt{x.\tan x}}=\dfrac{\tan x+x.\dfrac{1}{\cos^2 x}}{2.\sqrt{x.\tan x}}=\dfrac{\tan x+x.\left(1+\tan^2 x\right)}{2.\sqrt{x.\tan x}}$

Chọn C.

Câu 151: Hàm số $y=\tan^2\dfrac{x}{2}$ có đạo hàm là

A. $y'=\dfrac{\sin\dfrac{x}{2}}{2\cos^3\dfrac{x}{2}}$. **B.** $y'=\tan^3\dfrac{x}{2}$. **C.** $y'=\dfrac{\sin\dfrac{x}{2}}{\cos^2\dfrac{x}{2}}$. **D.** $y'=\dfrac{2\sin\dfrac{x}{2}}{\cos^3\dfrac{x}{2}}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=2\tan\dfrac{x}{2}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{\cos^2\dfrac{x}{2}}=\dfrac{\sin\dfrac{x}{2}}{\cos^3\dfrac{x}{2}}$

Chọn D.

Câu 152: Cho hàm số $y=f(x)=\sin\sqrt{x}+\cos\sqrt{x}$. Giá trị $f'\left(\dfrac{\pi^2}{16}\right)$ bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{\pi}$. **D.** $\dfrac{2}{\pi}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\cos\sqrt{x}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\sin\sqrt{x}\ \Rightarrow f'\left(\dfrac{\pi^2}{16}\right)=0$

Chọn B.

Câu 153: Để tính đạo hàm của hàm số $y=\sin x.\cos x$, một học sinh tính theo hai cách sau:

(I) $y'=\cos^2 x-\sin^2 x=\cos 2x$ (II) $y=\dfrac{1}{2}\sin 2x\Rightarrow y'=\cos 2x$

Cách nào **ĐÚNG**?

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Không cách nào. **D.** Cả hai cách.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Câu 154: Hàm số $y=\cot 3x-\dfrac{1}{2}\tan 2x$ có đạo hàm là

A. $\frac{-3}{\sin^2 3x}+\frac{1}{\cos^2 2x}\cdot$ **B.** $\frac{-3}{\sin^2 3x}-\frac{1}{\cos^2 2x}\cdot$ **C.** $\frac{-3}{\sin^2 3x}-\frac{x}{\cos^2 2x}\cdot$ **D.** $\frac{-1}{\sin^2 x}-\frac{1}{\cos^2 2x}\cdot$

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=-\frac{3}{\sin^2 3x}-\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\cos^2 2x}=-\frac{3}{\sin^2 3x}-\frac{1}{\cos^2 2x}$

Chọn B.

Câu 155: Đạo hàm của hàm số $y=2\sin^2 x-\cos 2x+x$ là

A. $y'=4\sin x+\sin 2x+1$. **B.** $y'=4\sin 2x+1$.

C. $y'=1$. **D.** $y'=4\sin x-2\sin 2x+1$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=4\sin x\cos x+2\sin 2x+1=4\sin 2x+1$.

Chọn B.

Câu 156: Hàm số $y=(1+\sin x)(1+\cos x)$ có đạo hàm là:

A. $y'=\cos x-\sin x+1$. **B.** $y'=\cos x+\sin x+\cos 2x$.

C. $y'=\cos x-\sin x+\cos 2x$. **D.** $y'=\cos x+\sin x+1$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y=(1+\sin x)(1+\cos x)=1+\sin x+\cos x+\sin x.\cos x=1+\sin x+\cos x+\frac{1}{2}\sin 2x$.

Suy ra: $y'=\cos x-\sin x+\cos 2x$.

Chọn C.

Câu 157: Hàm số $y=\tan x$ có đạo hàm là

A. $y'=\cot x$. **B.** $y'=\frac{1}{\sin^2 x}\cdot$ **C.** $y'=1-\tan^2 x$. **D.** $y'=\frac{1}{\cos^2 x}\cdot$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 158: Đạo hàm của hàm số $y=\sin^2\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)+\frac{\pi}{2}x-\frac{\pi}{4}$ là

A. $y'=-2\sin(\pi-4x)+\frac{\pi}{2}\cdot$ **B.** $y'=2\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\frac{\pi}{2}$.

C. $y'=2\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\frac{\pi}{2}x.$ **D.** $y'=-2\sin(\pi-4x)$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y=\sin^2\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)+\frac{\pi}{2}x-\frac{\pi}{4}=\frac{1-\cos(\pi-4x)}{2}+\frac{\pi}{2}x-\frac{\pi}{4}$

Suy ra: $y'=-2\sin(\pi-4x)+\frac{\pi}{2}\cdot$

Chọn C.

Câu 159: Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{2+\tan\left(x+\frac{1}{x}\right)}$ là

A. $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{2+\tan\left(x+\dfrac{1}{x}\right)}}$. **B.** $y'=\dfrac{1+\tan^2\left(x+\dfrac{1}{x}\right)}{2\sqrt{2+\tan\left(x+\dfrac{1}{x}\right)}}$.

C. $y'=\dfrac{1+\tan^2\left(x+\dfrac{1}{x}\right)}{2\sqrt{2+\tan\left(x+\dfrac{1}{x}\right)}}.\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)$. **D.** $y'=\dfrac{1+\tan^2\left(x+\dfrac{1}{x}\right)}{2\sqrt{2+\tan\left(x+\dfrac{1}{x}\right)}}.\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=\dfrac{\left[2+\tan\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\right]'}{2\sqrt{2+\tan\left(x+\dfrac{1}{x}\right)}}=\dfrac{1+\tan^2\left(x+\dfrac{1}{x}\right)}{2\sqrt{2+\tan\left(x+\dfrac{1}{x}\right)}}\cdot\left(x+\dfrac{1}{x}\right)'=\dfrac{1+\tan^2\left(x+\dfrac{1}{x}\right)}{2\sqrt{2+\tan\left(x+\dfrac{1}{x}\right)}}\cdot\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)$.

Chọn C.

Câu 160: Hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{2}{\cot\left(\pi x\right)}$ có $f'\left(3\right)$ bằng

A. 8. **B.** $\dfrac{8\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** 2π .

Hướng dẫn giải

Ta có: $f'\left(x\right)=-\dfrac{2\left[\cot\left(\pi x\right)\right]'}{\cot^2\left(\pi x\right)}=2\pi\dfrac{1+\cot^2\left(\pi x\right)}{\cot^2\left(\pi x\right)}\Rightarrow f'\left(3\right)=2\pi$.

Chọn C.

Câu 161: Cho hàm số $y=\dfrac{1+\sin x}{1+\cos x}$. Xét hai kết quả:

(I) $y'=\dfrac{\left(\cos x-\sin x\right)\left(1+\cos x+\sin x\right)}{\left(1+\cos x\right)^2}$ (II) $y'=\dfrac{1+\cos x+\sin x}{\left(1+\cos x\right)^2}$

Kết quả nào đúng?

A. Cả hai đều sai. **B.** Chỉ (II). **C.** Chỉ (I). **D.** Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=\dfrac{\cos x(1+\cos x)+\sin x(1+\sin x)}{\left(1+\cos x\right)^2}=\dfrac{1+\sin x+\cos x}{\left(1+\cos x\right)^2}$

Chọn đáp án **B**.

Câu 162: Đạo hàm của hàm số $y=\cot^2\left(\cos x\right)+\sqrt{\sin x-\dfrac{\pi}{2}}$ là

A. $y'=-2\cot\left(\cos x\right)\dfrac{1}{\sin^2\left(\cos x\right)}+\dfrac{\cos x}{2\sqrt{\sin x-\dfrac{\pi}{2}}}$.

B. $y'=2\cot\left(\cos x\right)\dfrac{1}{\sin^2\left(\cos x\right)}.\sin x+\dfrac{\cos x}{2\sqrt{\sin x-\dfrac{\pi}{2}}}$.

C. $y'=-2\cot(\cos x)\dfrac{1}{\sin^2(\cos x)}+\dfrac{\cos x}{\sqrt{\sin x-\dfrac{\pi}{2}}}$.

D. $y'=2\cot(\cos x)\dfrac{1}{\sin^2(\cos x)}.\sin x+\dfrac{\cos x}{\sqrt{\sin x-\dfrac{\pi}{2}}}$.

Hướng dẫn giải

$$y'=2\cot(\cos x).(\cot(\cos x))'+\frac{\left(\sin x-\dfrac{\pi}{2}\right)'}{2\sqrt{\sin x-\dfrac{\pi}{2}}}=2\cot(\cos x)\frac{1}{\sin^2(\cos x)}.\sin x+\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x-\dfrac{\pi}{2}}}$$

Chọn đáp án **B.**

Câu 163: Xét hàm số $f(x)=2\sin\left(\dfrac{5\pi}{6}+x\right)$. Giá trị $f'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

Ta có: $f'(x)=2\cos\left(\dfrac{5\pi}{6}+x\right)\Rightarrow f'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=-2$

Chọn đáp án **D.**

Câu 164: Đạo hàm của hàm số $y=x^2\tan x+\sqrt{x}$ là

A. $y'=2x\tan x+\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$

C. $y'=2x\tan x+\dfrac{x^2}{\cos^2 x}+\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$. **D.** $y'=2x\tan x+\dfrac{x^2}{\cos^2 x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=\left(x^2\right)'\tan x+(\tan x)'.x^2+\left(\sqrt{x}\right)'\Rightarrow y'=2x\tan x+\dfrac{x^2}{\cos^2 x}+\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

Chọn đáp án **C.**

Câu 165: Cho hàm số $y=f(x)=\sqrt{\tan x+\cot x}$. Giá trị $f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $f'(x)=\dfrac{(\tan x+\cot x)'}{2\sqrt{\tan x+\cot x}}=\dfrac{\dfrac{1}{\cos^2 x}-\dfrac{1}{\sin^2 x}}{2\sqrt{\tan x+\cot x}}\Rightarrow f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=0.$

Chọn đáp án **B.**

Câu 166: Cho $f(x)=\cos^2 x-\sin^2 x$. Giá trị $f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ bằng:

A. 2 **B.** 1 **C.** -2 **D.** 0

Hướng dẫn giải

Ta có: $f\left(x\right)=\cos 2x\Rightarrow f'\left(x\right)=-2\sin 2x$. Do đó $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=-2$

Chọn đáp án **C.**

Câu 167: Cho hàm số $y=\cos 2x.\sin^2\frac{x}{2}$. Xét hai kết quả sau:

(I) $y'=-2\sin 2x\sin^2\frac{x}{2}+\sin x.\cos 2x$

(II) $y'=2\sin 2x\sin^2\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\sin x.\cos 2x$

Cách nào đúng?

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Không cách nào. **D.** Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=\left(\cos 2x\right)'.\sin^2\frac{x}{2}+\left(\sin^2\frac{x}{2}\right)'.\cos 2x=-2\sin 2x.\sin^2\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\sin x.\cos 2x.$

Chọn đáp án **C.**

Câu 168: Đạo hàm của hàm số $y=\frac{\cos 2x}{3x+1}$ là

A. $y'=\frac{-2\sin 2x\left(3x+1\right)-3\cos 2x}{\left(3x+1\right)^2}$.

B. $y'=\frac{-2\sin 2x\left(3x+1\right)-3\cos 2x}{3x+1}$.

C. $y'=\frac{-\sin 2x\left(3x+1\right)-3\cos 2x}{\left(3x+1\right)^2}$.

D. $y'=\frac{2\sin 2x\left(3x+1\right)+3\cos 2x}{\left(3x+1\right)^2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=\frac{\left(\cos 2x\right)'\left(3x+1\right)-\left(3x+1\right)'.\cos 2x}{\left(3x+1\right)^2}\Rightarrow y'=\frac{-2\sin 2x\left(3x+1\right)-3\cos 2x}{\left(3x+1\right)^2}$.

Chọn đáp án **A.**

Câu 169: Hàm số $y=\frac{\sin x-x\cos x}{\cos x+x\sin x}$ có đạo hàm bằng

A. $\frac{-x^2.\sin 2x}{(\cos x+x\sin x)^2}$ **B.** $\frac{-x^2.\sin^2 x}{(\cos x+x\sin x)^2}$ **C.** $\frac{-x^2.\cos 2x}{(\cos x+x\sin x)^2}$ **D.** $\left(\frac{x}{\cos x+x\sin x}\right)^2$

Hướng dẫn giải

Ta có:

$$y'=\frac{\left(\sin x-x\cos x\right)'\left(\cos x+x\sin x\right)-\left(\cos x+x\sin x\right)'\left(\sin x-x\cos x\right)}{\left(\cos x+x\sin x\right)^2}$$

$$=\frac{x\sin x\left(\cos x+x\sin x\right)-x\cos x\left(\sin x-x\cos x\right)}{\left(\cos x+x\sin x\right)^2}=\left(\frac{x}{\cos x+x\sin x}\right)^2$$

Chọn đáp án **D.**

Câu 170: Cho hàm số $y=f(x)=\frac{\cos x}{1-\sin x}$. Giá trị biểu thức $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)-f'\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ là

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{8}{9}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $f'(x)=\dfrac{(\cos x)'(1-\sin x)-(1-\sin x)'\cos x}{(1-\sin x)^2}=\dfrac{1}{1-\sin x}\Rightarrow f'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)-f'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{4}{3}$

Chọn đáp án **A.**

Câu 171: Hàm số $y=\dfrac{\cos x}{2\sin^2 x}$ có đạo hàm bằng:

A. $-\dfrac{1+\sin^2 x}{2\sin^3 x}$. **B.** $-\dfrac{1+\cos^2 x}{2\sin^3 x}$. **C.** $\dfrac{1+\sin^2 x}{2\sin^3 x}$. **D.** $\dfrac{1+\cos^2 x}{2\sin^3 x}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=\left(\dfrac{\cos x}{2\sin^2 x}\right)'=\dfrac{\sin^2 x(\cos x)'-(\sin^2 x)\cos x}{2\sin^4 x}=\dfrac{-\sin^3 x-2\sin x\cos x\cos x}{2\sin^4 x}$

$=-\dfrac{\sin^2 x+2\cos^2 x}{\sin^3 x}=-\dfrac{1+\cos^2 x}{\sin^3 x}$

Chọn **B.**

Câu 172: Cho hàm số $y=\cot^2\dfrac{x}{4}$. Khi đó nghiệm của phương trình $y'=0$ là:

A. $\pi+k2\pi$. **B.** $2\pi+k4\pi$. **C.** $2\pi+k\pi$. **D.** $\pi+k\pi$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=\left(\cot^2\dfrac{x}{4}\right)'=2\cot\dfrac{x}{4}\left(\cot\dfrac{x}{4}\right)'=\dfrac{1}{2}\cot\dfrac{x}{4}\left(1+\cot^2\dfrac{x}{4}\right)$

Mà: $y'=0\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}\cot\dfrac{x}{4}\left(1+\cot^2\dfrac{x}{4}\right)\Leftrightarrow\cot\dfrac{x}{4}=0\Leftrightarrow\dfrac{x}{4}=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow x=2\pi+k4\pi,\ k\in\mathbb{Z}$

Chọn **B.**

Câu 173: Hàm số $y=\sin^2 x\cos x$ có đạo hàm là:

A. $y'=\sin x(3\cos^2 x+1)$. **B.** $y'=\sin x(3\cos^2 x-1)$.

C. $y'=\sin x(\cos^2 x-1)$. **D.** $y'=\sin x(\cos^2 x+1)$.

Hướng dẫn giải

$y'=(\sin^2 x\cos x)'=(\sin^2 x)'\cos x+\sin^2 x(\cos x)'=2\sin x\cos^2 x-\sin^3 x=\sin x(3\cos^2 x-1)$.

Chọn **B.**

Câu 174: Hàm số $y=\dfrac{1}{2}(1+\tan x)^2$ có đạo hàm là:

A. $y'=(1+\tan x)^2$. **B.** $y'=1+\tan^2 x$.

C. $y'=(1+\tan x)(1+\tan^2 x)$. **D.** $y'=1+\tan x$.

Hướng dẫn giải

Ta có : $y'=\left[\dfrac{1}{2}(1+\tan x)^2\right]'=(1+\tan x)(1+\tan x)'=(1+\tan x)(1+\tan^2 x)$.

Chọn **C.**

Câu 175: Để tính đạo hàm của hàm số $y=\cot x$ ($x\neq k\pi$), một học sinh thực hiện theo các bước sau:

(I) $y=\dfrac{\cos x}{\sin x}$ có dạng $\dfrac{u}{v}$

(II) Áp dụng công thức tính đạo hàm ta có: $y' = \dfrac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x}$

(III) Thực hiện các phép biến đổi, ta được $y' = -\dfrac{1}{\sin^2 x} = -\left(1+\cot^2 x\right)$

Hãy xác định xem bước nào đúng?

A. Chỉ (II). **B.** Chỉ (III).
C. Chỉ (I). **D.** Cả ba bước đều đúng.

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**

4. ĐẠO HÀM CẤP CAO

Câu 176: Hàm số nào dưới đây có đạo hàm cấp hai là $6x$?

A. $y = 3x^2$. **B.** $y = 2x^3$. **C.** $y = x^3$. **D.** $y = x^2$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y = x^3 \Rightarrow y' = 3x^2 \Rightarrow y'' = 6x$.

Chọn **C.**

Câu 177: Cho hàm số $y = -3x^3 + 3x^2 - x + 5$. Khi đó $y^{(3)}(3)$ bằng:

A. 54. **B.** -18. **C.** 0. **D.** -162.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y = -3x^3 + 3x^2 - x + 5$

$\Rightarrow y' = -9x^2 + 6x - 1 \Rightarrow y'' = -18x + 6 \Rightarrow y^{(3)} = -18 \Rightarrow y^{(3)}(3) = -18$

Chọn **B.**

Câu 178: Cho hàm số $y = \cos 2x$. Khi đó $y''(0)$ bằng

A. -2. **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** -4. **D.** $-2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y = \cos 2x \Rightarrow y' = -2\sin 2x \Rightarrow y'' = -4\cos 2x \Rightarrow y''(0) = -4$.

Chọn **C.**

Câu 179: Cho hàm số $y = \cos^2 x$. Khi đó $y^{(3)}\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$ bằng:

A. 2. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $-2\sqrt{3}$. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y = \cos^2 x$

$\Rightarrow y' = -2\cos x \sin x = -\sin 2x \Rightarrow y'' = -2\cos 2x \Rightarrow y^{(3)} = 4\sin 2x \Rightarrow y^{(3)}\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = 2\sqrt{3}$.

Chọn **B.**

Câu 180: Cho $y = 3\sin x + 2\cos x$. Tính giá trị biểu thức $A = y'' + y$ là:

A. $A = 0$. **B.** $A = 2$. **C.** $A = 4\cos x$. **D.** $A = 6\sin x + 4\cos x$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y = 3\sin x + 2\cos x \Rightarrow y' = 3\cos x - 2\sin x \Rightarrow y'' = -3\sin x - 2\cos x$

Khi đó : $A = y'' + y = -3\sin x - 2\cos x + 3\sin x + 2\cos x = 0$.

Chọn **A.**

Câu 181: Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$. Xét hai đẳng thức:

(I) $y.y'=2x$ (II) $y^2.y''=y'$

Đẳng thức nào đúng?

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều sai. **D.** Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải

Có $y'=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}; y''=\frac{\sqrt{x^2+1}-\frac{x.x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}=\frac{1}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$.

Vậy $y.y'=\sqrt{x^2+1}.\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}=x$ nên (I) sai.

$y^2.y''=(x^2+1).\frac{1}{\sqrt{(x^2+1)^3}}=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ nên (II) sai.

Chọn **C.**

Câu 182: Đạo hàm cấp hai của hàm số $y=\frac{5x^2-3x-20}{x^2-2x-3}$ bằng:

A. $\frac{2(7x^3+15x^2-93x+77)}{(x^2-2x-3)^3}$. **B.** $\frac{2(7x^3-15x^2+93x-77)}{(x^2-2x-3)^3}$.

C. $\frac{2(7x^3+15x^2+93x-77)}{(x^2-2x-3)^3}$. **D.** $\frac{2(7x^3-15x^2-93x+77)}{(x^2-2x-3)^3}$.

Hướng dẫn giải

Có $y'=\frac{(10x-3)(x^2-2x-3)-(5x^2-3x-20)(2x-2)}{(x^2-2x-3)^2}=\frac{-7x^2+10x-31}{(x^2-2x-3)^2}$

$y''=\frac{(-14x+10).(x^2-2x-3)^2-(-7x^2+10x-31).2.(x^2-2x-3).(2x-2)}{(x^2-2x-3)^4}=\frac{2(7x^3-15x^2+93x-77)}{(x^2-2x-3)^3}$

Chọn **B.**

Câu 183: Cho hàm số $y=\frac{1}{x}$. Khi đó $y^{(n)}(x)$ bằng:

A. $(-1)^n\frac{n!}{x^{n+1}}$. **B.** $\frac{n!}{x^{n+1}}$. **C.** $(-1)^n.\frac{n!}{x^n}$. **D.** $\frac{n!}{x^n}$.

Hướng dẫn giải

Có $y'=-\frac{1}{x^2}=-x^{-2}$; $y''=\frac{2.x}{x^4}=\frac{2}{x^3}=2!.x^{-3}$; $y'''=-\frac{2.3x^2}{x^6}=-6.x^{-4}=-3!.x^{-4}$; Dự đoán $y^{(n)}(x)=(-1)^n n!.x^{-n-1}=\frac{(-1)^n n!}{x^{n+1}}$. Thật vậy:

Dễ thấy MĐ đúng khi $n=1$. Giả sử MĐ đúng khi $n=k(k\ge 1)$, tức là ta có $y^{(k)}(x)=\frac{(-1)^k k!}{x^{k+1}}$.

Khi đó $y^{(k+1)}(x)=[y^{(k)}(x)]'=[\frac{(-1)^k k!}{x^{k+1}}]'$=-$\frac{(-1)^k k!.(k+1)x^k}{x^{2k+2}}=\frac{(-1)^{k+1}.(k+1)!}{x^{k+2}}$. Vậy MĐ đúng khi $n=k+1$ nên nó đúng với mọi n.

Chọn **A.**

Câu 184: Cho hàm số $y=\sin^2 x$. Đạo hàm cấp 4 của hàm số là:

A. $\cos^2 2x$. **B.** $-\cos^2 2x$. **C.** $8\cos 2x$. **D.** $-8\cos 2x$.

Hướng dẫn giải

Có $y' = 2.\sin x.\cos x = \sin 2x$; $y'' = 2.\cos 2x$; $y''' = -4\sin 2x$. Do vậy $y^{(4)}(x) = -8.\cos 2x$

Chọn **D.**

Câu 185: Cho hàm số $y = \cos x$. Khi đó $y^{(2016)}(x)$ bằng

A. $-\cos x$. **B.** $\sin x$. **C.** $-\sin x$. **D.** $\cos x$.

Hướng dẫn giải

$y' = -\sin x = \cos(x + \frac{\pi}{2})$; $y'' = -\cos x = \cos(x + \pi)$;

Dự đoán $y^{(n)}(x) = \cos(x + \frac{n\pi}{2})$.

Thật vậy:

Dễ thấy MĐ đúng khi $n = 1$. Giả sử MĐ đúng khi $n = k(k \geq 1)$, tức là ta có $y^{(k)}(x) = \cos(x + \frac{k\pi}{2})$

Khi đó $y^{(k+1)}(x) = [y^{(k)}(x)]' = [\cos(x + \frac{k\pi}{2})]' = -\sin(x + \frac{k\pi}{2}) = \sin(-x - \frac{k\pi}{2}) = \cos(x + \frac{(k+1)\pi}{2})$. Vậy MĐ đúng khi $n = k+1$ nên nó đúng với mọi n.

Do đó $y^{(2016)}(x) = \cos(x + 1008\pi) = \cos x$

Chọn **D.**

Câu 186: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$. Mệnh đề nào sau đây là **sai?**

A. $f'(2) < 0$. **B.** $f'''(2) < 0$. **C.** $f^{(4)}(2) < 0$. **D.** $f''(2) > 0$.

Hướng dẫn giải

$y' = -\frac{1}{x^2}$; $y'' = \frac{2x}{x^4} = \frac{2}{x^3}$; $y''' = -\frac{2.3x^2}{x^6} = -\frac{6}{x^4}$; $y^{(4)}(x) = \frac{24}{x^5}$; nên C sai.

Chọn **C.**

Câu 187: Đạo hàm cấp n (với n là số nguyên dương) của hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ là:

A. $\frac{(-1)^n n}{(x-1)^{n+1}}$. **B.** $\frac{n!}{(x-1)^{n+1}}$. **C.** $\frac{(-1)^n n!}{(x-1)^{n+1}}$. **D.** $\frac{(-1)^n n!}{(x-1)^n}$.

Hướng dẫn giải

Có $y' = -\frac{1}{(x-1)^2} = -1.(x-1)^{-2}$

$y'' = \frac{2.(x-1)}{(x-1)^4} = 2!.(x-1)^{-3}$;

$y''' = -\frac{2.3(x-1)^2}{(x-1)^6} = -6.(x-1)^{-4} = -3!.(x-1)^{-4}$;

Dự đoán $y^{(n)}(x) = (-1)^n n!.(x-1)^{-n-1} = \frac{(-1)^n n!}{(x-1)^{n+1}}$.

Thật vậy: Dễ thấy MĐ đúng khi $n = 1$.

Giả sử MĐ đúng khi $n=k(k\ge 1)$, tức là ta có $y^{(k)}(x)=\dfrac{(-1)^k k!}{(x-1)^{k+1}}$. Khi đó

$y^{(k+1)}(x)=[y^{(k)}(x)]'=[\dfrac{(-1)^k k!}{(x-1)^{k+1}}]'=-\dfrac{(-1)^k k!.(k+1)(x-1)^k}{(x-1)^{2k+2}}=\dfrac{(-1)^{k+1}.(k+1)!}{(x-1)^{k+2}}$. Vậy MĐ đúng khi $n=k+1$ nên nó đúng với mọi n.

Chọn **C.**

Câu 188: Cho hàm số $y=-3x^4+4x^3+5x^2-2x+1$. Hỏi đạo hàm đến cấp nào thì ta được kết quả triệt tiêu (bằng 0)?

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

$y'=-12x^3+12x^2+10x-2; y''=-36x^2+24x+10$; $y'''=-72x+24$; $y^{(4)}(x)=-72; y^{(5)}(x)=0$

Vậy đạo hàm đến cấp 5 thì kết quả triệt tiêu.

Chọn **C.**

Câu 189: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{x}$. Khi đó $y^{(5)}(1)$ bằng:

A. 120. **B.** -5. **C.** -120. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Có $y^{(n)}(x)=(-1)^n\dfrac{n!}{x^{n+1}}$ nên $y^{(5)}(1)=(-1)^5\dfrac{5!}{1}=-120$.

Chọn **C.**

Câu 190: Cho hàm số $y=\dfrac{2}{1+x}$. Khi đó $y^{(3)}(1)$ bằng:

A. $-\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $-\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Có $y'=-\dfrac{2}{(x+1)^2}$; $y''=\dfrac{2.2.(x+1)}{(x+1)^4}=\dfrac{4}{(x+1)^3}$; $y'''=-\dfrac{12}{(x+1)^4}$ nên $y^{(3)}(1)=\dfrac{-12}{16}=-\dfrac{3}{4}$.

Chọn **A.**

Câu 191: Cho hàm số $y=f(x)=\sin x$. Hãy chọn câu **sai:**

A. $y'''=\sin\left(x+\dfrac{3\pi}{2}\right)$. **B.** $y'=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$.

C. $y''=\sin(x+\pi)$. **D.** $y^{(4)}=\sin(2\pi-x)$.

Hướng dẫn giải

$y'=\cos x=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$, $y''=-\sin x=\sin(x+\pi)$, $y'''=-\cos x=\sin\left(x+\dfrac{3\pi}{2}\right)$,

$y^{(4)}=\sin x=-\sin(2\pi-x)$.

Chọn đáp án **D.**

Câu 192: Đạo hàm cấp 2 của hàm số $y=\tan x+\cot x+\sin x+\cos x$ bằng:

A. $\dfrac{2\tan x}{\cos^2 x}-\dfrac{2\cot x}{\sin^2 x}-\sin x+\cos x$. **B.** 0.

C. $\tan^2 x-\cot^2 x+\cos x-\sin x$. **D.** $\dfrac{2\tan x}{\cos^2 x}+\dfrac{2\cot x}{\sin^2 x}-\sin x-\cos x$.

Hướng dẫn giải

$y' = \dfrac{1}{\cos^2 x} - \dfrac{1}{\sin^2 x} + \cos x - \sin x = \tan^2 x - \cot^2 x + \cos x - \sin x$.

$y'' = \dfrac{2\tan x}{\cos^2 x} + \dfrac{2\cot x}{\sin^2 x} - \sin x - \cos x$.

Chọn đáp án **D.**

Câu 193: Cho hàm số $y = f(x) = \sin 2x$. Đẳng thức nào sau đây đúng với mọi x?

A. $y^2 + (y')^2 = 4$.
B. $4y + y'' = 0$.
C. $4y - y'' = 0$.
D. $y = y' \tan 2x$.

Hướng dẫn giải

$y' = 2\cos 2x$, $y'' = -4\sin 2x$.

$y^2 + (y')^2 = \sin^2 2x + 4\cos^2 2x = 1 + 3\cos^2 2x$.

$4y + y'' = 4\sin 2x - 4\sin 2x = 0$.

$4y - y'' = 8\sin 2x$.

$y' \tan 2x = 2\cos 2x.\dfrac{\sin 2x}{\cos 2x} = 2\sin 2x$.

Chọn đáp án **B.**

Câu 194: Cho hàm số $y = \cos^2 2x$. Giá trị của biểu thức $y''' + y'' + 16y' + 16y - 8$ là kết quả nào sau đây?

A. 0.
B. 8.
C. -8.
D. $16\cos 4x$.

Hướng dẫn giải

$y' = -2\cos 2x.2\sin 2x = -2\sin 4x$, $y'' = -8\cos 4x$, $y''' = 32\sin 4x$.

$y''' + y'' + 16y' + 16y - 8 = 32\sin 4x - 8\cos 4x - 32\sin 4x + 16\cos^2 2x - 8$

$= 16\cos^2 2x - 8\cos 4x - 8 = 0$.

Chọn đáp án **A.**

Câu 195: Cho hàm số $y = f(x) = \cos\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right)$. Phương trình $f^{(4)}(x) = -8$ có các nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$ là:

A. $x = 0$, $x = \dfrac{\pi}{3}$.
B. $x = \dfrac{\pi}{2}$.
C. $x = 0$, $x = \dfrac{\pi}{2}$.
D. $x = 0$, $x = \dfrac{\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải

$f'(x) = -2\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right)$, $f''(x) = -4\cos\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right)$, $f'''(x) = 8\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right)$,

$f^{(4)}(x) = 16\cos\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right)$.

$$f^{(4)}(x) = -8 \Leftrightarrow \cos\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right) = -\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $x \in \left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$ nên lấy được $x = \dfrac{\pi}{2}$.

Chọn đáp án **B.**

Câu 196: Đạo hàm cấp hai của hàm số $f(x)=\frac{4}{5}x^5-3x^2-x+4$ là:

A. $16x^3-6x$. **B.** $4x^3-6$. **C.** $16x^3-6$. **D.** $16x^2-6$.

Hướng dẫn giải

$f'(x)=4x^4-6x-1$, $f''(x)=16x^3-6$.

Chọn đáp án **C.**

Câu 197: Cho hàm số $y=\frac{1}{x^2-1}$. Khi đó $y^{(3)}(2)$ bằng:

A. $\frac{80}{27}$. **B.** $-\frac{80}{27}$. **C.** $\frac{40}{27}$. **D.** $-\frac{40}{27}$.

Hướng dẫn giải

$y'=\frac{-2x}{(x^2-1)^2}$, $y''=\frac{6x^2+2}{(x^2-1)^3}$, $y^{(3)}=\frac{-24x^3-24x}{(x^2-1)^4}$.

$y^{(3)}(2)=-\frac{80}{27}$.

Chọn đáp án **B.**

Câu 198: Cho hàm số $y=\sin x+\cos x$. Khi đó $y^{(3)}\left(\frac{\pi}{4}\right)$ bằng:

A. $-\sqrt{2}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

$y'=\cos x-\sin x$, $y''=-\sin x-\cos x$, $y^{(3)}=-\cos x+\sin x$.

$y^{(3)}\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$.

Chọn đáp án **C.**

Câu 199: Đạo hàm cấp hai của hàm số $y=\cos 2x$ là:

A. $-4\cos 2x$. **B.** $4\cos 2x$. **C.** $-2\sin 2x$. **D.** $-4\sin 2x$.

Hướng dẫn giải

$y'=-2\sin 2x$, $y''=-4\cos 2x$.

Chọn đáp án **A.**

Câu 200: Cho hàm số $y=f(x)=\frac{-2x^2+3x}{1-x}$. Đạo hàm cấp 2 của hàm số là:

A. $y''=\frac{2}{(1-x)^4}$. **B.** $y''=\frac{2}{(1-x)^3}$. **C.** $y''=2+\frac{1}{(1-x)^2}$. **D.** $y''=\frac{-2}{(1-x)^3}$.

Hướng dẫn giải

$y=2x-1-\frac{1}{x-1}\Rightarrow y'=2+\frac{1}{(x-1)^2}$, $y''=-\frac{2}{(x-1)^3}=\frac{2}{(1-x)^3}$.

Chọn đáp án **B.**

Câu 201: Cho hàm số $y=x.\sin x$. Tìm hệ thức đúng:

A. $y''+y=-2\cos x$. **B.** $y''-y'=2\cos x$. **C.** $y''+y'=2\cos x$. **D.** $y''+y=2\cos x$.

Hướng dẫn giải

$y=x.\sin x\Rightarrow y'=\sin x+x\cos x$, $y''=2\cos x-x\sin x$

Do đó $y''+y=2\cos x$

Chọn D

Câu 202: Cho hàm số $h(x)=5(x+1)^3+4(x+1)$. Tập nghiệm của phương trình $h''(x)=0$ là:

A. $[-1;\ 2]$. **B.** $(-\infty;\ 0]$. **C.** $\varnothing$. **D.** $\{-1\}$.

Hướng dẫn giải

$h(x)=5(x+1)^3+4(x+1)\Rightarrow h'(x)=15(x+1)^2+4;\ h''(x)=30(x+1)$

Ta có $h''(x)=0\Leftrightarrow x=-1$

Chọn D

Câu 203: Cho hàm số $y=f(x)=-\frac{1}{x}$. Xét hai mệnh đề:

(I) $y''=f''(x)=\frac{2}{x^3}$ (II) $y'''=f'''(x)=-\frac{6}{x^4}$

Mệnh đề nào **đúng?**

A. Cả hai đều đúng. **B.** Chỉ (I). **C.** Cả hai đều sai. **D.** Chỉ (II).

Hướng dẫn giải

Ta có $y=f(x)=-\frac{1}{x}\Rightarrow y'=f'(x)=\frac{1}{x^2};\ \Rightarrow y''=f''(x)=-\frac{2}{x^3};\ y'''=\frac{6}{x^4}$

Do đó cả hai mệnh đề đều sai

Chọn C

5. VI PHÂN

Câu 204: Cho hàm số $y=f(x)=(x-1)^2$. Biểu thức nào sau đây là vi phân của hàm số đã cho?

A. $dy=2(x-1)dx$. **B.** $dy=2(x-1)$. **C.** $dy=(x-1)dx$. **D.** $dy=(x-1)^2dx$.

Hướng dẫn giải

$y=f(x)=(x-1)^2\Rightarrow y'=2(x-1)\Rightarrow dy=2(x-1)dx$

Chọn A

Câu 205: Vi phân của hàm số $f(x)=3x^2-x$ tại điểm $x=2$, ứng với $\Delta x=0,1$ là:

A. $-0,07$. **B.** 10. **C.** $1,1$. **D.** $-0,4$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $f'(x)=6x-1\Rightarrow f'(2)=11$

$df(2)=f'(2)\Delta x=11.0,1=1,1$

Chọn C

Câu 206: Vi phân của $y=\cot(2017x)$ là:

A. $dy=-2017\sin(2017x)dx.$ **B.** $dy=\frac{2017}{\sin^2(2017x)}dx.$

C. $dy=-\frac{2017}{\cos^2(2017x)}dx.$ **D.** $dy=-\frac{2017}{\sin^2(2017x)}dx.$

Hướng dẫn giải

$y=\cot(2017x)\Rightarrow y'=-\frac{2017}{\sin^2(2017x)}\Rightarrow dy=-\frac{2017}{\sin^2(2017x)}dx$

Câu 207: Cho hàm số $y=\frac{x^2+x+1}{x-1}$. Vi phân của hàm số là:

A. $dy=-\frac{x^2-2x-2}{(x-1)^2}dx$ **B.** $dy=\frac{2x+1}{(x-1)^2}dx$

C. $\mathrm{d}y=-\dfrac{2x+1}{(x-1)^2}\mathrm{d}x$ **D.** $\mathrm{d}y=\dfrac{x^2-2x-2}{(x-1)^2}\mathrm{d}x$

Hướng dẫn giải

$$\mathrm{d}y=\left(\frac{x^2+x+1}{x-1}\right)'\mathrm{d}x=\frac{x^2-2x-2}{(x-1)^2}\mathrm{d}x$$

Chọn D.

Câu 208: Cho hàm số $y=\dfrac{x+3}{1-2x}$. Vi phân của hàm số tại $x=-3$ là:

A. $\mathrm{d}y=\dfrac{1}{7}\mathrm{d}x.$ **B.** $\mathrm{d}y=7\mathrm{d}x.$ **C.** $\mathrm{d}y=-\dfrac{1}{7}\mathrm{d}x.$ **D.** $\mathrm{d}y=-7\mathrm{d}x.$

Hướng dẫn giải

Ta có $y'=\dfrac{7}{(1-2x)^2}\Rightarrow y'(-3)=\dfrac{1}{7}$

Do đó $\mathrm{d}y=\dfrac{1}{7}\mathrm{d}x$

Chọn A

Câu 209: Vi phân của $y=\tan 5x$ là :

A. $\mathrm{d}y=\dfrac{5x}{\cos^2 5x}\mathrm{d}x.$ **B.** $\mathrm{d}y=-\dfrac{5}{\sin^2 5x}\mathrm{d}x.$ **C.** $\mathrm{d}y=\dfrac{5}{\cos^2 5x}\mathrm{d}x.$ **D.** $\mathrm{d}y=-\dfrac{5}{\cos^2 5x}\mathrm{d}x.$

Hướng dẫn giải

$y=\tan 5x\Rightarrow y'=\dfrac{5}{\cos^2 5x}$

Do đó $\mathrm{d}y=\dfrac{5}{\cos^2 5x}\mathrm{d}x$

Chọn C

Câu 210: Hàm số $y=f(x)=\dfrac{(\sqrt{x}-1)^2}{x}$. Biểu thức $0,01.f'(0,01)$ là số nào?

A. 9. **B.** -9. **C.** 90. **D.** -90.

Hướng dẫn giải

$y=f(x)=\dfrac{(\sqrt{x}-1)^2}{x}\Rightarrow y'=\dfrac{1}{x\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x^2}\Rightarrow y'(0,01)=-9000$

Do đó $0,01.f'(0,01)=-90$

Chọn D.

Câu 211: Cho hàm số $y=\sin(\sin x)$ .Vi phân của hàm số là:

A. $\mathrm{d}y=\cos(\sin x).\sin x\mathrm{d}x$. **B.** $\mathrm{d}y=\sin(\cos x)\mathrm{d}x$.

C. $\mathrm{d}y=\cos(\sin x).\cos x\mathrm{d}x$. **D.** $\mathrm{d}y=\cos(\sin x)\mathrm{d}x$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=(\sin x)'.\cos(\sin x)=\cos x.\cos(\sin x)$ nên $\mathrm{d}y=\cos x.\cos(\sin x)\mathrm{d}x$

Chọn **C.**

Câu 212: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2-x & \text{khi } x\ge 0\\ 2x & \text{khi } x<0\end{cases}$. Kết quả nào dưới đây **đúng**?

A. $\mathrm{d}f(0)=-\mathrm{d}x$. **B.** $f'(0^+)=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{x^2-x}{x}=\lim\limits_{x\to 0^+}(x-1)=-1$.

C. $f'\left(0^+\right)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(x^2-x\right)=0$.

D. $f'\left(0^-\right)=\lim\limits_{x\to 0^-}2x=0$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $f'\left(0^+\right)=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{x^2-x}{x}=\lim\limits_{x\to 0^+}(x-1)=-1$;

$f'\left(0^-\right)=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{2x}{x}=2$ và hàm số không có vi phân tại $x=0$

Chọn **B.**

Câu 213: Cho hàm số $y=\cos^2 2x$. Vi phân của hàm số là:

A. $dy=4\cos 2x\sin 2x dx$.

B. $dy=2\cos 2x\sin 2x dx$.

C. $dy=-2\cos 2x\sin 2x dx$.

D. $dy=-2\sin 4x dx$.

Hướng dẫn giải

Ta có : $dy=d\left(\cos^2 2x\right)=2\cos 2x.(\cos 2x)'dx=-4\cos 2x.\sin 2x dx=-2\sin 4x dx$

Chọn **D.**

Câu 214: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+x & \text{khi } x\ge 0\\ x & \text{khi } x<0\end{cases}$. Khẳng định nào dưới đây là **sai?**

A. $f'\left(0^+\right)=1$.

B. $f'\left(0^-\right)=1$.

C. $df(0)=dx$.

D. Hàm số không có vi phân tại $x=0$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $f'\left(0^+\right)=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{x^2+x}{x}=\lim\limits_{x\to 0^+}(x+1)=1$ và $f'\left(0^-\right)=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{x}{x}=1$ và $df(0)=dx$

Chọn **D.**

Câu 215: Cho hàm số $y=f(x)=\sqrt{1+\cos^2 2x}$. Chọn kết quả đúng:

A. $df(x)=\dfrac{-\sin 4x}{2\sqrt{1+\cos^2 2x}}dx$.

B. $df(x)=\dfrac{-\sin 4x}{\sqrt{1+\cos^2 2x}}dx$.

C. $df(x)=\dfrac{\cos 2x}{\sqrt{1+\cos^2 2x}}dx$.

D. $df(x)=\dfrac{-\sin 2x}{\sqrt{1+\cos^2 2x}}dx$.

Hướng dẫn giải

Ta có :

$$dy=df(x)=d\left(\sqrt{1+\cos^2 2x}\right)=\frac{(1+\cos^2 2x)'}{2\sqrt{1+\cos^2 2x}}dx=\frac{-2.2\cos 2x.\sin 2x}{2\sqrt{1+\cos^2 2x}}dx=\frac{-\sin 4x}{\sqrt{1+\cos^2 2x}}dx$$

Chọn **B.**

Câu 216: Cho hàm số $y=\tan\sqrt{x}$. Vi phân của hàm số là:

A. $dy=\dfrac{1}{2\sqrt{x}\cos^2 x}dx$.

B. $dy=\dfrac{1}{\sqrt{x}\cos^2\sqrt{x}}dx$.

C. $dy=\dfrac{1}{2\sqrt{x}\cos\sqrt{x}}dx$.

D. $dy=\dfrac{1}{2\sqrt{x}\cos^2\sqrt{x}}dx$.

Hướng dẫn giải

Ta có : $dy=d\left(\tan\sqrt{x}\right)=\left(\dfrac{1}{\cos^2\sqrt{x}}\right).(\sqrt{x})'dx=\dfrac{1}{2\sqrt{x}.\cos^2\sqrt{x}}dx$

Chọn **D.**

Câu 217: Vi phân của hàm số $y=\dfrac{2x+3}{2x-1}$ là :

A. $dy=-\dfrac{8}{(2x-1)^2}dx$. **B.** $dy=\dfrac{4}{(2x-1)^2}dx$.

C. $dy=-\dfrac{4}{(2x-1)^2}dx$. **D.** $dy=-\dfrac{7}{(2x-1)^2}dx$.

Hướng dẫn giải

Ta có : $dy=d\left(\dfrac{2x+3}{2x-1}\right)=\dfrac{-8}{(2x-1)^2}dx$

Chọn **A.**

Câu 218: Cho hàm số $y=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$. Vi phân của hàm số là:

A. $dy=\dfrac{-4x}{(1+x^2)^2}dx$. **B.** $dy=\dfrac{-4}{(1+x^2)^2}dx$. **C.** $dy=\dfrac{-4}{1+x^2}dx$. **D.** $dy=\dfrac{-dx}{(1+x^2)^2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có : $dy=d\left(\dfrac{1-x^2}{1+x^2}\right)=\dfrac{-4x}{(1+x^2)^2}dx$

Chọn **A.**

Câu 219: Cho hàm số $f(x)=\sqrt{\cos 2x}$. Khi đó

A. $d\left[f(x)\right]=\dfrac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}dx$. **B.** $d\left[f(x)\right]=\dfrac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}dx$.

C. $d\left[f(x)\right]=\dfrac{-\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}dx$. **D.** $d\left[f(x)\right]=\dfrac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}dx$.

Hướng dẫn giải

Ta có : $df(x)=d\left(\sqrt{\cos 2x}\right)=\dfrac{(\cos 2x)'}{2\sqrt{\cos 2x}}dx=\dfrac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}dx$

Chọn **D.**

6. TIẾP TUYẾN – Ý NGHĨA CỦA ĐẠO HÀM

Câu 220: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x-3}$ có đồ thị là (H). Phương trình tiếp tuyến tại giao điểm của (H) với trục hoành là:

A. $y=2x-4$. **B.** $y=3x+1$. **C.** $y=-2x+4$. **D.** $y=2x$.

Hướng dẫn giải

Giao điểm của (H) với trục hoành là $A(2;0)$. Ta có: $y'=\dfrac{-2}{(x-3)^2}\Rightarrow y'(2)=-2$

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y=-2(x-2)$ hay $y=-2x+4$.

Chọn C.

Câu 221: Gọi (C) là đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+2}{x-1}$. Tìm tọa độ các điểm trên (C) mà tiếp tuyến tại đó với (C) vuông góc với đường thẳng có phương trình $y=x+4$.

A. $(1+\sqrt{3};5+3\sqrt{3}),(1-\sqrt{3};5-3\sqrt{3})$. **B.** $(2;\,12)$.

C. $(0;\,0)$. **D.** $(-2;\,0)$.

Hướng dẫn giải:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Đạo hàm: $y'=\dfrac{(2x+3)(x-1)-(x^2+3x+2)}{(x-1)^2}=\dfrac{x^2-2x-5}{(x-1)^2}$.

Giả sử x_o là hoành độ điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán $\Rightarrow y'(x_o)=-1$

$\Rightarrow \dfrac{x_o^2-2x_o-5}{(x_o-1)^2}=-1 \Rightarrow x_o^2-2x_o-5=-(x_o-1)^2$

$\Leftrightarrow 2x_o^2-4x_o-4=0 \Leftrightarrow x_o^2-2x_o-2=0$

$\Leftrightarrow x_o=1\pm\sqrt{3} \Rightarrow y=5\pm 3\sqrt{3}$.

Chọn A.

Câu 222: Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-3x}{x-1}$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành bằng :

A. 9. **B.** $\dfrac{1}{9}$. **C.** -9. **D.** $-\dfrac{1}{9}$.

Hướng dẫn giải:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Đạo hàm: $y'=\dfrac{1}{(x-1)^2}$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại $A\left(\dfrac{2}{3};\,0\right)$.

Hệ số góc của tiếp tuyến là $y'\left(\dfrac{2}{3}\right)=9$.

Câu 223: Biết tiếp tuyến (d) của hàm số $y=x^3-2x+2$ vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ nhất. Phương trình (d) là:

A. $y=-x+\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{18-5\sqrt{3}}{9}, y=-x+\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{18+5\sqrt{3}}{9}$.

B. $y=x, y=x+4$.

C. $y=-x+\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{18-5\sqrt{3}}{9}, y=-x-\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{18+5\sqrt{3}}{9}$.

D. $y=x-2, y=x+4$.

Hướng dẫn giải:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-2$.

Đường phân giác góc phần tư thứ nhất có phương trình $\Delta: x=y$.

$\Rightarrow (d)$ có hệ số góc là -1.

$y'(x_o)=-1 \Leftrightarrow 3x_o^2-2=-1 \Leftrightarrow x_o=\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là

$$(d): y=-x+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{18-5\sqrt{3}}{9},\ y=-x-\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{18+5\sqrt{3}}{9}.$$

Chọn C.

Câu 224: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)=x^3-2x^2+3x$ tại điểm có hoành độ $x_0=-1$ là:

A. $y=10x+4$. **B.** $y=10x-5$. **C.** $y=2x-4$. **D.** $y=2x-5$.

Hướng dẫn giải:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y'=3x^2-4x+3$.

$y'(-1)=10;\ y(-1)=-6$

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $(d): y=10(x+1)-6=10x+4$.

Chọn A.

Câu 225: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}+3x^2-2$ có hệ số góc $k=-9$, có phương trình là :

A. $y-16=-9(x+3)$. **B.** $y=-9(x+3)$. **C.** $y-16=-9(x-3)$. **D.** $y+16=-9(x+3)$.

Hướng dẫn giải:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y'=x^2+6x$.

$k=-9 \Leftrightarrow y'(x_o)=-9 \Leftrightarrow x_o^2+6x_o=-9 \Leftrightarrow (x_o+3)^2=0 \Leftrightarrow x_o=-3 \Rightarrow y_o=16$

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $(d): y=-9(x+3)+16 \Leftrightarrow y-16=-9(x+3)$.

Chọn A.

Câu 226: Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ tại giao điểm với trục tung bằng :

A. -2. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -1.

Hướng dẫn giải:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Đạo hàm: $y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có $x_o=0 \Rightarrow y'_o=2$.

Chọn B.

Câu 227: Gọi (H) là đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (H) tại các giao điểm của (H) với hai trục toạ độ là:

A. $y=x-1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} y=x-1 \\ y=x+1 \end{array}\right.$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=x+1$.

Hướng dẫn giải:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Đạo hàm: $y'=\dfrac{1}{x^2}$.

(H) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là $x=1$ và không cắt trục tung.

$y'(1)=1$

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $d: y=x-1$.

Chọn A.

Câu 228: Cho hàm số $y=x^3-3x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu tiếp tuyến của (C) song song đường thẳng $y=9x+10$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y'=3x^2-6x$.

$k=9\Rightarrow 3x_o^2-6x_o-9=0\Leftrightarrow x_o^2-2x_o-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_o=3 \\ x_o=-1 \end{array}\right.$.

Vậy có 2 tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn C.

Câu 229: Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(H): y=\dfrac{x-1}{x+2}$ tại giao điểm của (H) và trục hoành:

A. $y=\dfrac{1}{3}(x-1)$. **B.** $y=3x$. **C.** $y=x-3$. **D.** $y=3(x-1)$.

Hướng dẫn giải:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Đạo hàm: $y'=\dfrac{3}{(x+2)^2}$.

(H) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x_o=1\Rightarrow y'(1)=\dfrac{1}{3};\ y(1)=0$

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $d: y=\dfrac{1}{3}(x-1)$.

Chọn A.

Câu 230: Cho hàm số $y=x^2-6x+5$ có tiếp tuyến song song với trục hoành. Phương trình tiếp tuyến đó là:

A. $x=-3$. **B.** $y=-4$. **C.** $y=4$. **D.** $x=3$.

Hướng dẫn giải:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y'=2x-6$.

Vì tiếp tuyến song song với trục hoành nên ta có:

$y'(x_o)=0\Rightarrow 2x_o-6=0\Leftrightarrow x_o=3\Rightarrow y_o=-4\Rightarrow d: y=-4$.

Chọn B.

Câu 231: Trong các tiếp tuyến tại các điểm trên đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$, tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y'=3x^2-6x=3(x-1)^2-3\geq -3$.

Vậy trong các tiếp tuyến tại các điểm trên đồ thị hàm số đã cho, tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất bằng -3.

Chọn đáp án **A**

Câu 232: Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\tan x$ tại điểm có hoành độ $x_0=\dfrac{\pi}{4}$ là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Đạo hàm: $f'(x)=\dfrac{1}{\cos^2 x}\Rightarrow f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=2$.

Chọn đáp án **D.**

Câu 233: Gọi (P) là đồ thị hàm số $y=x^2-x+3$. Phương trình tiếp tuyến với (P) tại giao điểm của (P) và trục tung là

A. $y=-x+3$. **B.** $y=-x-3$. **C.** $y=x-3$. **D.** $y=-3x+1$.

Hướng dẫn giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Giao điểm của (P) và trục tung là $M(0;3)$.

Đạo hàm: $y'=2x-1\Rightarrow$ hệ số góc của tiếp tuyến tại $x=0$ là -1.

Phương trình tiếp tuyến tại $M(0;3)$ là $y=-x+3$.

Chọn đáp án **A.**

Câu 234: Cho hàm số $y=2-\dfrac{4}{x}$ có đồ thị (H). Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $d: y=-x+2$ và tiếp xúc với (H) thì phương trình của Δ là

A. $y=x+4$. **B.** $\left[\begin{array}{l} y=x-2 \\ y=x+4 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} y=x-2 \\ y=x+6 \end{array}\right.$. **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Đạo hàm: $y'=\dfrac{4}{x^2}$

Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $\mathrm{d}: \mathrm{y}=-\mathrm{x}+2$ nên Δ có hệ số góc bằng 1. Ta có phương trình $1=\dfrac{4}{x^2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Tại $M(2;0)$. Phương trình tiếp tuyến là $y=x-2$.

Tại $N(-2;4)$. Phương trình tiếp tuyến là $y=x+6$.

Chọn đáp án **C.**

Câu 235: Lập phương trình tiếp tuyến của đường cong $(C): y=x^3+3x^2-8x+1$, biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $\Delta: y=x+2017$?

A. $y=x+2018$. **B.** $y=x+4$.

C. $y=x-4$; $y=x+28$. **D.** $y=x-2018$.

Hướng dẫn giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y'=3x^2+6x-8$.

Tiếp tuyến cần tìm song song với đường thẳng $\Delta: y=x+2017$ nên hệ số góc của tiếp tuyến là 1.

Ta có phương trình $1=3x^2+6x-8\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$.

Tại $M(1;-3)$. Phương trình tiếp tuyến là $y=x-4$.

Tại $N(-3;25)$. Phương trình tiếp tuyến là $y=x+28$.

Chọn đáp án **C.**

Câu 236: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x_0=-1$ có phương trình là:

A. $y=-x+2$. **B.** $y=x+2$. **C.** $y=x-1$. **D.** $y=-x-3$.

Hướng dẫn giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Đạo hàm: $y'=-\dfrac{4}{(x-1)^2}$.

Tiếp tuyến tại $M(-1;-2)$ có hệ số góc là $k=-1$.

Phương trình của tiếp tuyến là $y=-x-3$

Chọn đáp án **D.**

Câu 237: Cho hàm số $y=2x^3-3x^2+1$ có đồ thị (C), tiếp tuyến với (C) nhận điểm $M_0\left(\dfrac{3}{2};y_0\right)$ làm tiếp điểm có phương trình là:

A. $y=\dfrac{9}{2}x$. **B.** $y=\dfrac{9}{2}x-\dfrac{27}{4}$. **C.** $y=\dfrac{9}{2}x-\dfrac{23}{4}$. **D.** $y=\dfrac{9x}{2}-\dfrac{31}{4}$.

Hướng dẫn giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $x_0=\dfrac{3}{2}\Rightarrow y_0=1$.

Đạo hàm của hàm số $y'=6x^2-6x$.

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến tại $M_0\left(\dfrac{3}{2};y_0\right)$ là $k=\dfrac{9}{2}$.

Phương trình của tiếp tuyến là $y=\dfrac{9}{2}x-\dfrac{23}{4}$

Chọn đáp án **C.**

Câu 238: Hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến song song với trục hoành của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ là

A. $x=1$ và $x=-1$. **B.** $x=-3$ và $x=3$. **C.** $x=1$ và $x=0$. **D.** $x=2$ và $x=-1$.

Hướng dẫn giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y'=3x^2-3$.

Tiếp tuyến song song với trục hoành có hệ số góc bằng 0 nên có phương trình

$$0=3x^2-3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$$

Chọn đáp án **A.**

Câu 239: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4+2x^2-1$ tại điểm có tung độ tiếp điểm bằng 2 là:

A. $y=8x-6, y=-8x-6$. **B.** $y=8x-6, y=-8x+6$.

C. $y=8x-8, y=-8x+8$. **D.** $y=40x-57$.

Hướng dẫn giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = 4x^3 + 4x$.

Tung độ tiếp điểm bằng 2 nên $2 = x^4 + 2x^2 - 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Tại $M(1;2)$. Phương trình tiếp tuyến là $y = 8x - 6$.

Tại $N(-1;2)$. Phương trình tiếp tuyến là $y = -8x - 6$.

Chọn đáp án **A.**

Câu 240: Cho đồ thị $(H): y = \dfrac{x+2}{x-1}$ và điểm $A \in (H)$ có tung độ $y = 4$. Hãy lập phương trình tiếp tuyến của (H) tại điểm A.

A. $y = x - 2$. **B.** $y = -3x - 11$. **C.** $y = 3x + 11$. **D.** $y = -3x + 10$.

Hướng dẫn giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Đạo hàm: $y' = -\dfrac{3}{(x-1)^2}$.

Tung độ của tiếp tuyến là $y = 4$ nên $4 = \dfrac{x+2}{x-1} \Leftrightarrow x = 2$.

Tại $M(2;4)$.

Phương trình tiếp tuyến là $y = -3x + 10$.

Chọn đáp án **D.**

Câu 241: Cho hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ (C). Có bao nhiêu cặp điểm A, B thuộc (C) mà tiếp tuyến tại đó song song với nhau:

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y' = \dfrac{-2}{(x-1)^2}$.

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ có tâm đối xứng $I(1;1)$.

Lấy điểm tùy ý $A(x_0; y_0) \in (C)$.

Gọi B là điểm đối xứng với A qua I suy ra $B(2 - x_0; 2 - y_0) \in (C)$. Ta có:

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm A là: $k_A = y'(x_0) = \dfrac{-2}{(x_0 - 1)^2}$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm B là: $k_B = y'(2 - x_0) = \dfrac{-2}{(1 - x_0)^2}$.

Ta thấy $k_A = k_B$ nên có vô số cặp điểm A, B thuộc (C) mà tiếp tuyến tại đó song song với nhau. Chọn **D**.

Câu 242: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{2x - 1}$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có phương trình là:

A. $y = x - 1$. **B.** $y = x + 1$. **C.** $y = x$. **D.** $y = -x$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=\dfrac{2x^2-2x+1}{(2x-1)^2}$.

Giao điểm M của đồ thị với trục tung : $x_0=0\Rightarrow y_0=-1$

Hệ số góc của tiếp tuyến tại M là : $k=y'(0)=1$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm M là : $y=k(x-x_0)+y_0 \Leftrightarrow y=x-1$. Chọn **A**.

Câu 243: Cho hàm số $y=-x^3+3x^2-2$ có đồ thị (C). Số tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y=-9x$ là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=-3x^2+6x$. Lấy điểm $M(x_0;y_0)\in(C)$.

Tiếp tuyến tại M song song với đường thẳng $y=-9x$ suy ra $y'(x_0)=-9$

$\Leftrightarrow -3x_0^2+6x_0+9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=-1 \\ x_0=3 \end{array}\right.$.

Với $x_0=-1\Rightarrow y_0=2$ ta có phương trình tiếp tuyến: $y=-9x-7$.

Với $x_0=3\Rightarrow y_0=-2$ ta có phương trình tiếp tuyến: $y=-9x+25$.

Vậy có 2 tiếp tuyến thỏa mãn. Chọn **D**.

Câu 244: Cho đường cong $(C): y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ và điểm $A\in(C)$ có hoành độ $x=3$. Lập phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A.

A. $y=\dfrac{3}{4}x+\dfrac{5}{4}$. **B.** $y=3x+5$. **C.** $y=\dfrac{3}{4}x-\dfrac{5}{4}$. **D.** $y=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{5}{4}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$. Tại điểm $A\in(C)$ có hoành độ: $x_0=3\Rightarrow y_0=\dfrac{7}{2}$

Hệ số góc của tiếp tuyến tại A là : $k=y'(3)=\dfrac{3}{4}$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm A là : $y=k(x-x_0)+y_0 \Leftrightarrow y=\dfrac{3}{4}x+\dfrac{5}{4}$. Chọn **A**.

Câu 245: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{2x}}$ tại điểm $A\left(\dfrac{1}{2};1\right)$ có phương trình là:

A. $2x+2y=-3$. **B.** $2x-2y=-1$. **C.** $2x+2y=3$. **D.** $2x-2y=1$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=-\dfrac{1}{2x\sqrt{2x}}$. Hệ số góc của tiếp tuyến tại A là : $k=y'\left(\dfrac{1}{2}\right)=-1$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm A là : $y=k(x-x_0)+y_0 \Leftrightarrow 2x+2y=3$. Chọn **C**.

Câu 246: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+2x$ có đồ thị (C) . Gọi x_1, x_2 là hoành độ các điểm M, N trên (C), mà tại đó tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $y=-x+2017$. Khi đó x_1+x_2 bằng:

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{-4}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=3x^2-4x+2$.

Tiếp tuyến tại M, N của (C) vuông góc với đường thẳng $y=-x+2017$. Hoành độ x_1, x_2 của các điểm M, N là nghiệm của phương trình $3x^2-4x+1=0$.

Suy ra $x_1+x_2=\frac{4}{3}$.Chọn **A.**

Câu 247: Hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $(C): y=\frac{1}{x^2-1}$ song song với trục hoành bằng:

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=-\frac{2x}{(x^2-1)^2}$. Lấy điểm $M(x_0; y_0)\in(C)$.

Tiếp tuyến tại điểm M song song với trục hoành nên $y'(x_0)=0 \Leftrightarrow -\frac{2x_0}{(x_0^2-1)^2}=0 \Leftrightarrow x_0=0$.

Chọn **B.**

Câu 248: Trên đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{x-1}$ có điểm M sao cho tiếp tuyến tại đó cùng với các trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2. Tọa độ M là:

A. $(2;1)$. **B.** $\left(4;\frac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(-\frac{3}{4};-\frac{4}{7}\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{4};-4\right)$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=-\frac{1}{(x-1)^2}$. Lấy điểm $M(x_0; y_0)\in(C)$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm M là: $y=-\frac{1}{(x_0-1)^2}.(x-x_0)+\frac{1}{x_0-1}$ (Δ).

Giao với trục hoành: $(\Delta)\cap Ox=A(2x_0-1;0)$.

Giao với trục tung: $(\Delta)\cap Oy=B\left(0;\frac{2x_0-1}{(x_0-1)^2}\right)$

$S_{OAB}=\frac{1}{2}OA.OB \Leftrightarrow 4=\left(\frac{2x_0-1}{x_0-1}\right)^2 \Leftrightarrow x_0=\frac{3}{4}$. Vậy $M\left(\frac{3}{4};-4\right)$. Chọn **D.**

Câu 249: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)=x^3-2x^2-2$ tại điểm có hoành độ $x_0=-2$ có phương trình là:

A. $y=4x-8$. **B.** $y=20x+22$. **C.** $y=20x-22$. **D.** $y=20x-16$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $f'(x)=3x^2-4x$. Tại điểm A có hoành độ $x_0=-2 \Rightarrow y_0=f(x_0)=-18$

Hệ số góc của tiếp tuyến tại A là : $k=f'(-2)=20$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm A là : $y=k(x-x_0)+y_0 \Leftrightarrow y=20x+22$. Chọn **B.**

Câu 250: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C): y=3x-4x^3$ tại điểm có hoành độ $x_0=0$ là:

A. $y=3x$. **B.** $y=0$. **C.** $y=3x-2$. **D.** $y=-12x$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=3-12x^2$. Tại điểm $A\in(C)$ có hoành độ: $x_0=0\Rightarrow y_0=0$

Hệ số góc của tiếp tuyến tại A là : $k=y'(0)=3$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm A là : $y=k(x-x_0)+y_0\Leftrightarrow y=3x$. Chọn **A.**

Câu 251: Tiếp tuyến của hàm số $y=\dfrac{x+8}{x-2}$ tại điểm có hoành độ $x_0=3$ có hệ số góc bằng

A. 3 **B.** -7 **C.** -10 **D.** -3

HDG

Ta có: $y'=\dfrac{-10}{(x-2)^2}\Rightarrow k=y'(x_0)=y'(3)=\dfrac{-10}{(3-2)^2}=-10$

Câu 252: Gọi (C) là đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-2x^2+x+2$. Có hai tiếp tuyến của (C) cùng song song với đường thẳng $y=-2x+5$. Hai tiếp tuyến đó là

A. $y=-2x+4$ và $y=-2x-2$ **B.** $y=-2x-\dfrac{4}{3}$ và $y=-2x-2$

C. $y=-2x+\dfrac{2}{3}$ và $y=-2x+2$ **C.** $y=-2x+3$ và $y=-2x-1$

HDG:

Ta có $y'=x^2-4x+1$

Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $d:\ \ y=-2x+5\Rightarrow k=y'=-2$

Suy ra $x_0^2-4x_0+1=-2\Leftrightarrow x_0^2-4x_0+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=1\\x_0=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y_0=y(1)=\dfrac{4}{3}\\y_0=y(3)=-4\end{array}\right.$

Vậy $d_1:y=-2x+\dfrac{2}{3}$ và $d_2:y=-2x+2$

Câu 253: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $A(-1;0)$ là:

A. $y=\dfrac{3}{4}x$ **B.** $y=\dfrac{3}{4}(x+1)$ **C.** $y=3(x+1)$ **D.** $y=3x+1$

HDG:

Gọi d là phương trình tiếp tuyến của (C) có hệ số góc k,

Vì $A(-1;0)\in d$ suy ra $d:\ \ y=k(x+1)$

d tiếp xúc với (C) khi hệ $\begin{cases} \dfrac{x^2+x+1}{x+1} = k(x+1) & (1) \\ \dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2} = k & (2) \end{cases}$ có nghiệm

Thay (2) vào (1) ta được $x=1 \Rightarrow k = y'(1) = \dfrac{3}{4}$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $A(-1;0)$ là: $y = \dfrac{3}{4}(x+1)$

Câu 254: Cho hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 + x^2 - 2$ có đồ thị hàm số (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $y'' = 0$ là

A. $y = -x - \dfrac{7}{3}$ **B.** $y = -x + \dfrac{7}{3}$ **C.** $y = x - \dfrac{7}{3}$ **D.** $y = \dfrac{7}{3}x$

HDG:

Ta có $y' = x^2 + 2x$ và $y'' = 2x + 2$

Theo giả thiết x_0 là nghiệm của phương trình $y''(x_0) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = -1$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $A\left(-1; -\dfrac{4}{3}\right)$ là: $y = -x - \dfrac{7}{3}$

Câu 255: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-5}$ tại điểm $A(-1;0)$ có hệ số góc bằng

A. $\dfrac{1}{6}$ **B.** $\dfrac{6}{25}$ **C.** $-\dfrac{1}{6}$ **D.** $-\dfrac{6}{25}$

HDG:

Ta có $y' = \dfrac{-6}{(x-5)^2}$. Theo giả thiết: $k = y'(-1) = -\dfrac{1}{6}$

Câu 256: Số cặp điểm A, B trên đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 5$, mà tiếp tuyến tại A, B vuông góc với nhau là

A. 1 **B.** 0 **C.** 2. **D.** Vô số

HDG:

Ta có $y' = 3x^2 + 6x + 3$. Gọi $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$

Tiếp tuyến tại A, B với đồ thị hàm số lần lượt là:

$d_1 : y = (3x_A^2 + 6x_A + 3)(x - x_A) + y_A$
$d_2 : y = (3x_B^2 + 6x_B + 3)(x - x_B) + y_B$

Theo giả thiết $d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow k_1.k_2 = -1$

$\Leftrightarrow (3x_A^2 + 6x_A + 3).(3x_B^2 + 6x_B + 3) = -1 \Leftrightarrow 9(x_A^2 + 2x_A + 1).(x_B^2 + 2x_B + 1) = -1$

$\Leftrightarrow 9(x_A+1)^2.(x_B+1)^2=-1$ (vô lý)

Suy ra không tồn tại hai điểm $A,\ B$

Câu 257: Gọi M là giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$ với trục tung. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số trên tại điểm M là:

A. $y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$ **B.** $y=-\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}$ **C.** $y=\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}$ **D.** $y=-\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$

HDG:

Vì M là giao điểm của đồ thị với trục Oy $\Rightarrow M\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$

$y'=\dfrac{-3}{(x-2)^2}\Rightarrow k=y'(0)=-\dfrac{3}{4}$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm M là: $y=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{1}{2}$

Câu 258: Qua điểm $A(0;2)$ có thể kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2+2$

A. 2 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 1

HDG:

Gọi d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho.

Vì $A(0;2)\in d$ nên phương trình của d có dạng: $y=kx+2$

Vì d tiếp xúc với đồ thị (C) nên hệ $\begin{cases} x^4-2x^2+2=kx+2 & (1) \\ 4x^3-4x=k & (2) \end{cases}$ có nghiệm

Thay (2) và (1) ta suy ra được $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{\dfrac{2}{3}} \end{array}\right.$

Chứng tỏ từ A có thể kẻ được 3 tiếp tuyến đến đồ thị (C)

Câu 259: Cho hàm số $y=-x^2-4x+3$ có đồ thị (P). Nếu tiếp tuyến tại điểm M của (P) có hệ số góc bằng 8 thì hoành độ điểm M là:

A. 12 **B.** -6 **C.** -1 **D.** 5

HDG:

Ta có $y'=-2x-4$

Gọi tiếp điểm $M(x_0;y_0)$. Vì tiếp tuyến tại điểm M của (P) có hệ số góc bằng 8 nên

$y'(x_0)=8\Leftrightarrow -2x_0-4=8\Leftrightarrow x_0=-6$

Câu 260: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có đồ thị (C). Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến của (C) và có hệ số góc nhỏ nhất:

A. $y=-3x+3$ **B.** $y=0$ **C.** $y=-5x+10$ **D.** $y=-3x-3$

HDG:

Gọi $M(x_0;x_0^3-3x_0^2+2)$ là tiếp điểm của phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C)

$y'=3x_0^2-6x_0$

Phương trình tiếp tuyến tại M có dạng: $y=k(x-x_0)+y_0$

Mà $k=y'(x_0)=3x_0^2-6x_0=3(x_0^2-2x_0+1)-3$

$\Leftrightarrow 3(x_0-1)^2-3\geq -3$

Hệ số góc nhỏ nhất khi $x_0=1\Rightarrow y_0=y(1)=0$; $k=-3$

Vậy phương trình tiếp tuyến tại điểm $(1;0)$ có hệ số góc nhỏ nhất là : $y=-3x+3$

Câu 261: Cho hai hàm $f(x)=\dfrac{1}{x\sqrt{2}}$ và $f(x)=\dfrac{x^2}{\sqrt{2}}$. Góc giữa hai tiếp tuyến của đồ thị mỗi hàm số đã cho tại giao điểm của chúng là:

A. $90°$ **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{1}{x\sqrt{2}}=\dfrac{x^2}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\dfrac{1}{x}=x^2\Leftrightarrow x=1\Rightarrow y=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow M\left(1;\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Ta có $f'(1)=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}, g'(1)=\dfrac{2}{\sqrt{2}}\Rightarrow f'(1).g'(1)=-1$

Chọn đáp án A.

Câu 262: Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+(m+1)x-m$. Gọi A là giao điểm của đồ thị hàm số với Oy. Tìm m để tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại A vuông góc với đường thẳng $y=2x-3$.

A. $\dfrac{-3}{2}$ **B.** $\dfrac{1}{2}$ **C.** $\dfrac{3}{2}$ **D.** $-\dfrac{1}{2}$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Ta có $A(0;-m)\Rightarrow f'(0)=m+1$. Vì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại A vuông góc với đường thẳng $y=2x-3$ nên $2.(m+1)=-1\Leftrightarrow m=-\dfrac{3}{2}$.

Chọn đáp án A.

Câu 263: Cho hàm số $y=-x^3+3x^2-3$ có đồ thị (C). Số tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $y=\dfrac{1}{9}x+2017$ là:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

HƯỚNG DẪN GIẢI

Tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $y=\dfrac{1}{9}x+2017$ có dạng $\Delta: y=-9x+c$.

Δ là tiếp tuyến của $(C)\Leftrightarrow\begin{cases}-x^3+3x^2-3=-9x+c\\-3x^2+6x=-9\end{cases}$ có nghiệm $\Leftrightarrow\begin{cases}-x^3+3x^2-3=-9x+c\\\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.\end{cases}$.

Vậy có hai giá trị c thỏa mãn.

Chọn đáp án B.

Câu 264: Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $f(x)=-x^3+x+2$ tại điểm $M(-2;8)$ là:

A. 11 . **B.** -12 **C.** -11. **D.** 6.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Ta có $f'(-2)=-11$

Chọn đáp án C.

Câu 265: Cho hàm số $y=x^3+3x^2+3x+1$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung là:

A. $y=3x+1$ **B.** $y=-8x+1$ **C.** $y=8x+1$ **D.** $y=3x-1$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Giao điểm của (C) với trục tung là $A(0;1)\Rightarrow y'(0)=3$.

Chọn đáp án A.

Câu 266: Cho hàm số $y=-x^4+2x^2$ có đồ thị (C). Xét hai mệnh đề:

(I) Đường thẳng $\Delta: y=1$ là tiếp tuyến với (C) tại $M(-1;1)$ và tại $N(1;1)$

(II) Trục hoành là tiếp tuyến với (C) tại gốc toạ độ

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ (I) **B.** Chỉ (II) **C.** Cả hai đều sai **D.** Cả hai đều đúng

HƯỚNG DẪN GIẢI

Ta có $y'(-1)=y'(-1)=0\Rightarrow$ (I) đúng.

Ta có $y'(0)=0\Rightarrow$ (II) đúng.

Chọn đáp án D.

Câu 267: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-2x-1}{x-2}$ có đồ thị (H). Tìm tất cả tọa độ tiếp điểm của đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: y=2\text{x}-1$ và tiếp xúc với (H).

A. $M\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ **B.** $M(2;3)$

C. $M_1(2;3)$ và $M_2(1;2)$ **D.** Không tồn tại

HƯỚNG DẪN GIẢI

Đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: y=2\text{x}-1$ có dạng $\Delta: y=2\text{x}+\text{c}$ $(\text{c}\neq -1)$.

Δ là tiếp tuyến của $(H)\Leftrightarrow \dfrac{x^2-2x-1}{x-2}=2\text{x}+c$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow x^2+(c-2)x+1-2c=0$ có nghiệm kép $\text{x}\neq 2$ $\Leftrightarrow \begin{cases} c^2+4c=0 \\ 4+2(c-2)+1-2c\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=0 \\ c=-4\end{array}\right.$

Vậy có hai giá trị c thỏa mãn nên có hai tiếp tuyến tương ứng với hai tiếp điểm.

Chọn đáp án C.

Câu 268: Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x-1$ có đồ thị là (C). Từ một điểm bất kì trên đường thẳng $x=2$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến (C):

A. 2 . **B.** 1 . **C.** 3 . **D.** 0.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Xét đường thẳng kẻ từ một điểm bất kì trên đường thẳng $x=2$ có dạng

$\Delta: y=k(x-2)=k\text{x-2k}$.

Δ là tiếp tuyến của (C) $\Leftrightarrow \begin{cases} x^3-6x^2+9x-1=kx-2k \\ 3x^2-12x+9=k \end{cases}$ có nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3-12x^2+24x-17=0 \\ 3x^2-12x+9=k \end{cases}$

Phương trình bậc ba có duy nhất một nghiệm tương ứng cho ta một giá trị k. Vậy có một tiếp tuyến.

Dễ thấy kẻ từ một điểm bất kì trên đường thẳng $x=2$ có dạng $y=a$ song song với trục Ox cũng chỉ kẻ được một tiếp tuyến.

Chọn đáp án B.

Câu 269: Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=\frac{x^4}{4}+\frac{x^2}{2}-1$ tại điểm có hoành độ $x_0=-1$ là:

A. – 2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

HƯỚNG DẪN GIẢI

Ta có $f'(-1)=-2.$

Chọn đáp án A.

Câu 270: Cho hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3-2x^2-3x+1$ có đồ thị (C). Trong các tiếp tuyến với (C), tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $k=3$ **B.** $k=2$ **C.** $k=1$ **D.** $k=0$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Xét tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ x_0 bất kì trên (C). Khi đó hệ số góc của tiếp tuyến đó là $y'(x_0)=-x_0^2-4x_0-3=1-(x_0+2)^2\le 1\,\forall x.$

Chọn đáp án C.

Câu 271: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $y''=0$ có phương trình:

A. $y=x+\frac{11}{3}$. **B.** $y=-x-\frac{1}{3}$. **C.** $y=x+\frac{1}{3}$. **D.** $y=-x+\frac{11}{3}$.

Hướng dẫn giải

$y'=x^2-4x+3$

$y''=2x-4=0\Leftrightarrow x=2$.

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm $\Rightarrow M\left(2;\frac{5}{3}\right)$

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y=y'(2)(x-2)+\frac{5}{3}\Leftrightarrow y=-x+\frac{11}{3}$.

Chọn D.

Câu 272: Hệ số góc k của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=\sin x+1$ tại điểm có hoành độ $\frac{\pi}{3}$ là

A. $k=\frac{1}{2}$. **B.** $k=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $k=-\frac{1}{2}$. **D.** $k=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

$y'=\cos x$, $k=y'\left(\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$.

Chọn A.

Câu 273: Đường thẳng $y=3x+m$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+2$ khi m bằng

A. 1 hoặc -1. **B.** 4 hoặc 0. **C.** 2 hoặc -2 . **D.** 3 hoặc -3.

Hướng dẫn giải

Đường thẳng $y=3x+m$ và đồ thị hàm số $y=x^3+2$ tiếp xúc nhau

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3+2=3x+m \\ 3x^2=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=x^3-3x+2 \\ x=\pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=4 \end{array}\right.$.

Chọn B.

Câu 274: Định m để đồ thị hàm số $y=x^3-mx^2+1$ tiếp xúc với đường thẳng $d: y=5$?

A. $m=-3$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải

Đường thẳng $y=x^3-mx^2+1$ và đồ thị hàm số $y=5$ tiếp xúc nhau

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3-mx^2+1=5 \quad (1) \\ 3x^2-2mx=0 \quad (2) \end{cases}$ có nghiệm.

$.(2) \Leftrightarrow x(3x-2m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{2m}{3} \end{array}\right.$.

+ Với $x=0$ thay vào (1) không thỏa mãn.

+ Với $x=\dfrac{2m}{3}$ thay vào (1) ta có: $m^3=-27 \Leftrightarrow m=-3$.

Chọn A.

Câu 275: Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ song song với đường thẳng $\Delta: 2x+y-1=0$ là

A. $2x+y-7=0$. **B.** $2x+y=0$. **C.** $-2x-y+1=0$. **D.** $2x+y+7=0$.

Hướng dẫn giải

+Gọi $M(x_0;y_0)$ là tọa độ tiếp điểm $(x_0 \neq 1)$.

+ $y'=\dfrac{-2}{(x-1)^2}$

+Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $\Delta: y=-2x+1$ suy ra

$y'(x_0)=\dfrac{-2}{(x_0-1)^2}=-2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=2 \\ x_0=0 \end{array}\right.$.

+ với $x_0=2 \Rightarrow y_0=3$, **PTTT tại điểm** $(2;3)$ **là** $y=-2(x-2)+3 \Leftrightarrow 2x+y-7=0$

+ với $x_0=0 \Rightarrow y_0=-1$, **PTTT tại điểm** $(0;-1)$ **là** $y=-2x-1 \Leftrightarrow 2x+y+1=0$.

Chọn A.

Câu 276: Tiếp tuyến của parabol $y=4-x^2$ tại điểm $(1;3)$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông. Diện tích của tam giác vuông đó là:

A. $\dfrac{25}{2}$. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** $\dfrac{25}{4}$.

Hướng dẫn giải

+ $y'=-2x \Rightarrow y'(1)=-2$.

+PTTT tại điểm có tọa độ $(1;3)$ là: $y=-2(x-1)+3 \Leftrightarrow y=-2x+5 \quad (d)$.

+ Ta có (d) giao Ox tại $A\left(\dfrac{5}{2};0\right)$, giao Oy tại $B(0;5)$ khi đó (d) tạo với hai trục tọa độ tam giác vuông OAB vuông tại O.

Diện tích tam giác vuông OAB là: $S=\frac{1}{2}OA.OB=\frac{1}{2}.\frac{5}{2}.5=\frac{25}{4}$.

+Chọn D.

Câu 277: Phương trình tiếp tuyến của (C): $y=x^3$ tại điểm $M_0(-1;-1)$ là:

A. $y=3x-2$. **B.** $y=3x+2$. **C.** $y=3x+3$. **D.** $y=-3x+3$.

Hướng dẫn giải

+ $y'=3x^2 \Rightarrow y'(-1)=3$

+ PTTT của (C) tại điểm $M_0(-1;-1)$ là $y=3(x+1)-1 \Leftrightarrow y=3x+2$.

+Chọn B.

Câu 278: Phương trình tiếp tuyến của (C): $y=x^3$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là:

A. $y=3x+2$. **B.** $y=3x-2$. **C.** $y=3x$. **D.** $y=3x-3$.

Hướng dẫn giải

+ $y'=3x^2 \Rightarrow y'(1)=3$.

+ $x_0=1 \Rightarrow y_0=y(1)=1$.

+PTTT của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 là: $y=3(x-1)+1 \Leftrightarrow y=3x-2$.

+Chọn B.

Câu 279: Phương trình tiếp tuyến của (C): $y=x^3$ biết nó vuông góc với đường thẳng $\Delta: y=-\frac{x}{27}+8$ là:

A. $y=-\frac{1}{27}x+8$. **B.** $y=27x\pm 3$. **C.** $y=-\frac{1}{27}x\pm 3$. **D.** $y=27x\pm 54$.

Hướng dẫn giải

$y'=3x^2$.

+Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm.

+ Vì tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $\Delta: y=\frac{-1}{27}x+8$ suy ra

$$y'(x_0)=27 \Leftrightarrow 3x_0^2=27 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=3 \\ x_0=-3 \end{array}\right. .$$

+Với $x_0=3 \Rightarrow y_0=27$. PTTT là: $y=27(x-3)+27 \Leftrightarrow y=27x-54$

+ Với $x_0=-3 \Rightarrow y_0=-27$. PTTT là: $y=27(x+3)-27 \Leftrightarrow y=27x+54$.

+ Chọn D.

Câu 280: Phương trình tiếp tuyến của (C): $y=x^3$ biết nó đi qua điểm $M(2;0)$ là:

A. $y=27x\pm 54$. **B.** $y=27x-9 \vee y=27x-2$.

C. $y=27x\pm 27$. **D.** $y=0 \vee y=27x-54$.

Hướng dẫn giải

+ $y'=3x^2$.

+ Gọi $A(x_0;y_0)$ là tiếp điểm. PTTT của (C) tại $A(x_0;y_0)$ là:

$$y=3x_0^2(x-x_0)+x_0^3 \quad (d) .$$

+ Vì tiếp tuyến (d) đi qua $M(2;0)$ nên ta có phương trình:

$$3x_0^2(2-x_0)+x_0^3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=0 \\ x_0=3 \end{array}\right. .$$

+ Với $x_0=0$ thay vào (d) ta có tiếp tuyến $y=0$.

+ Với $x_0 = 3$ thay vào (d) ta có tiếp tuyến $y = 27x - 54$.

+ Vậy chọn D.

Câu 281: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2}{8} + \frac{11}{2}$, có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M có hoành độ $x_0 = -2$ là:

A. $y = \frac{1}{2}(x+2)+7$. **B.** $y = -\frac{1}{2}(x-2)+7$. **C.** $y = -\frac{1}{2}(x+2)+6$. **D.** $y = -\frac{1}{2}(x+2)-6$.

Hướng dẫn giải

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ có phương trình là:

$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

$f'(x) = \frac{x}{4} \Rightarrow f'(-2) = -\frac{1}{2}; y_0 = 6$

Vậy phương trình tiếp tuyến có dạng $y = -\frac{1}{2}(x+2)+6$

Đáp án **C**

Câu 282: Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2 + 5t + 2$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Gia tốc của chuyển động khi $t = 3$ là:

A. $24m/s^2$. **B.** $17m/s^2$. **C.** $14m/s^2$. **D.** $12m/s^2$.

Hướng dẫn giải

Ta có gia tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t bằng đạo hàm cấp hai của phương trình chuyển động tại thời điểm t.

$s' = \left(t^3 - 3t^2 + 5t + 2\right)' = 3t^2 - 6t + 5$

$s'' = 6t - 6 \Rightarrow s''(3) = 12$

Đáp án **D**

Câu 283: Phương trình tiếp tuyến của đường cong $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ là:

A. $y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$. **B.** $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$. **C.** $y = \frac{4}{3}x - \frac{5}{4}$. **D.** $y = \frac{4}{3}x + \frac{5}{4}$.

Hướng dẫn giải

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ có phương trình là:

$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

$f'(x) = \left(\frac{x^2 + x - 1}{x - 1}\right)' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$, $f'(-1) = \frac{3}{4}; y(-1) = \frac{1}{2}$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $x_0 = -1$ có dạng $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$.

Chọn B

Câu 284: Cho hàm số $y = 3x^2 - 2x + 5$, có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $x + 4y + 1 = 0$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y = 4x + 1$. **B.** $y = 4x + 2$. **C.** $y = 4x - 4$. **D.** $y = 4x - 2$.

Hướng dẫn giải

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ có phương trình là: $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

$d: x + 4y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$

$y' = 6x - 2$

Tiếp tuyến vuông góc với d nên $y'(x_0).\left(-\frac{1}{4}\right) = -1 \Leftrightarrow y'(x_0) = 4 \Leftrightarrow 6x_0 - 2 = 4 \Leftrightarrow x_0 = 1$,

$y(1) = 6$. Phương trình tiếp tuyến có dạng : $y = 4x + 2$

Đáp án **C.**

Câu 285: Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2 - 9t + 2$ (t tính bằng giây; s tính bằng mét). Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Vận tốc của chuyển động bằng 0 khi $t = 0$ hoặc $t = 2$.

B. Vận tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 2$ là $v = 18\ m/s$.

C. Gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 3$ là $a = 12\ m/s^2$.

D. Gia tốc của chuyển động bằng 0 khi $t = 0$.

Hướng dẫn giải.

Ta có gia tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t bằng đạo hàm cấp hai của phương trình chuyển động tại thời điểm t.

$s' = \left(t^3 - 3t^2 + 5t + 2\right)' = 3t^2 - 6t + 5$

$s'' = 6t - 6 \Rightarrow s''(3) = 12$

Đáp án **C.**

Câu 286: Cho hàm số $y = f(x) = x^2 + 5x + 4$, có đồ thị (C). Tại các giao điểm của (C) với trục Ox, tiếp tuyến của (C) có phương trình:

A. $y = 3x + 3$ và $y = -3x - 12$.	**B.** $y = 3x - 3$ và $y = -3x + 12$.

C. $y = -3x + 3$ và $y = 3x - 12$.	**D.** $y = 2x + 3$ và $y = -2x - 12$.

Hướng dẫn giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm.

$x^2 + 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = -4 \end{array}\right.$

$f'(x) = 2x + 5$

TH1: $x_0 = -1; y_0 = 0; f'(-1) = 3$ PTTT có dạng : $y = 3x + 3$

TH2: $x_0 = -4; y_0 = 0; f'(-4) = -3$ PTTT có dạng : $y = -3x - 12$

Đáp án **A.**

Câu 287: Cho đường cong $y = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x}{2}\right)$ và điểm M thuộc đường cong. Điểm M nào sau đây có tiếp tuyến tại điểm đó song song với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + 5$?

A. $M\left(\frac{5\pi}{3}; 1\right)$.	**B.** $M\left(\frac{-5\pi}{3}; -1\right)$.	**C.** $M\left(\frac{-5\pi}{3}; 1\right)$.	**D.** $M\left(\frac{-5\pi}{3}; 0\right)$.

Hướng dẫn giải.

Hai đường thẳng song song nếu hệ số góc bằng nhau.

Tiếp tuyến của đường cong có hệ số góc : $y'(x_M) = -\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x_M}{2}\right)$

Hệ số góc của đường thẳng $k = \frac{1}{2}$

Ta có $-\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x_M}{2}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x_M}{2}\right) = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{3} + \frac{x_M}{2} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x_M = -\frac{5\pi}{3} + k4\pi$

Vậy chọn đáp án **C**

Câu 288: Tìm hệ số góc của cát tuyến MN của đường cong (C): $y = x^2 - x + 1$, biết hoành độ M, N theo thứ tự là 1 và 2.

A. 3. **B.** $\frac{7}{2}$. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải.

$M(1;1)$, $N(2;3)$ Phương trình đường thẳng MN là : $y = 2x - 1$. Vậy hệ số góc của cát tuyến là **2**

Đáp án **C.**

Câu 289: Cho hàm số $y = x^2 - 5x - 8$ có đồ thị (C). Khi đường thẳng $y = 3x + m$ tiếp xúc với (C) thì tiếp điểm sẽ có tọa độ là:

A. $M(4;12)$. **B.** $M(-4;12)$. **C.** $M(-4;-12)$. **D.** $M(4;-12)$.

Hướng dẫn giải.

Đường thẳng $d: y = 3x + m$ tiếp xúc với $(C) \Rightarrow d$ là tiếp tuyến với (C) tại $M(x_0; y_0)$

$y' = 2x - 5 \Rightarrow y'(x_0) = 3 \Leftrightarrow 2x_0 - 5 = 3 \Leftrightarrow x_0 = 4; y_0 = -12$.

Đáp án **D.**

Câu 290: Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 3$, có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 2x + 2018$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y = 2x + 1$. **B.** $y = 2x - 1$. **C.** $y = 2x + 4$. **D.** $y = 2x - 4$.

Hướng dẫn giải.

$d: y = 2x + 2018$

Tiếp tuyến của (C) song song với $d \Leftrightarrow y'(x_0) = 2 \Leftrightarrow 2x_0 - 2 = 2 \Leftrightarrow x_0 = 2$; $y_0 = 3$

Vậy PTTT có dạng : $y = 2x - 1$.

Đáp án **B.**

Câu 291: Phương trình tiếp tuyến của $(C): y = x^3$ biết nó có hệ số góc $k = 12$ là:

A. $y = 12x \pm 24$. **B.** $y = 12x \pm 16$. **C.** $y = 12x \pm 4$. **D.** $y = 12x \pm 8$.

Hướng dẫn giải.

$y' = 3x^2$. Ta có $y'(x_0) = 12 \Leftrightarrow 3x_0^2 = 12 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 8 \\ x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = -8 \end{array}\right.$

PPTT có dạng $y = 12x \pm 16$

Đáp án **B.**

Câu 292: Phương trình tiếp tuyến của $(C): y = x^3$ biết nó song song với đường thẳng $d:\ y = \frac{1}{3}x - 10$ là

A. $y = \frac{1}{3}x \pm \frac{2}{27}$. **B.** $y = \frac{1}{3}x \pm \frac{1}{3}$. **C.** $y = \frac{1}{3}x \pm \frac{1}{27}$. **D.** $y = \frac{1}{3}x \pm 27$.

Hướng dẫn giải.

$y' = 3x^2$. Ta có $y'(x_0) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3{x_0}^2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = \frac{1}{3} \Rightarrow y_0 = \frac{1}{27} \\ x_0 = -\frac{1}{3} \Rightarrow y_0 = -\frac{1}{27} \end{array}\right.$

PPTT có dạng $y = \frac{1}{3}x \pm \frac{2}{27}$

Đáp án **A**

Câu 293: Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2$ (t tính bằng giây; s tính bằng mét). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Gia tốc của chuyển động khi $t = 4s$ là $a = 18m/s^2$.

B. Gia tốc của chuyển động khi $t = 4s$ là $a = 9m/s^2$.

C. Vận tốc của chuyển động khi $t = 3s$ là $v = 12m/s$.

D. Vận tốc của chuyển động khi $t = 3s$ là $v = 24m/s$.

Hướng dẫn giải.

$s' = 3t^2 - 6t \Rightarrow s'' = 6t - 6$

$s''(4) = 18$

Đáp án **A**

Câu 294: Cho hàm số $y = f(x) = -x^2 + 5$, có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M có tung độ $y_0 = -1$ với hoành độ $x_0 < 0$ là

A. $y = 2\sqrt{6}\left(x + \sqrt{6}\right) - 1$. **B.** $y = -2\sqrt{6}(x + 6) - 1$.

C. $y = 2\sqrt{6}(x - 6) + 1$. **D.** $y = 2\sqrt{6}\left(x - \sqrt{6}\right) - 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$f'(x) = -2x$

Do $x_0 < 0$ nên $x_0 = -\sqrt{6}$; $f'(x_0) = 2\sqrt{6}$.

Phương trình tiếp tuyến: $y = 2\sqrt{6}\left(x + \sqrt{6}\right) - 1$.

Câu 295: Phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = f(x) = \tan\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = \frac{\pi}{6}$ là:

A. $y = -x + \frac{\pi}{6} + 6$. **B.** $y = -x - \frac{\pi}{6} - 6$. **C.** $y = -6x + \pi - 1$. **D.** $y = -x - \frac{\pi}{6} + 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$f'(x) = \frac{-3}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)}$;

$x_0 = \dfrac{\pi}{6}$; $y_0 = -1$; $f'(x_0) = -6$

Phương trình tiếp tuyến: $y = -6x + \pi - 1$.

Câu 296: Tìm hệ số góc của cát tuyến MN của đường cong (C) : $y = f(x) = x^3 - x$, biết hoành độ M, N theo thứ tự là 0 và 3.

A. 4. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{5}{4}$. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi k là hệ số góc của cát tuyến MN với đường cong (C).

Ta có $k = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{f(x_M) - f(x_N)}{x_M - x_N} = \dfrac{(0^3 - 0) - (3^3 - 3)}{0 - 3} = 8$

Câu 297: Cho hàm số $y = f(x)$, có đồ thị (C) và điểm $M_0(x_0; f(x_0)) \in (C)$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M_0 là:

A. $y = f'(x)(x - x_0) + y_0$. **B.** $y = f'(x_0)(x - x_0)$.

C. $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$. **D.** $y - y_0 = f'(x_0)x$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 298: Phương trình tiếp tuyến của đường cong $f(x) = \dfrac{x}{x+2}$ tại điểm $M(-1; -1)$ là:

A. $y = -2x - 1$. **B.** $y = -2x + 1$. **C.** $y = 2x + 1$. **D.** $y = 2x - 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$f'(x) = \dfrac{2}{(x+2)^2}$

Ta có $x_0 = -1$; $y_0 = -1$; $f'(x_0) = 2$

Phương trình tiếp tuyến $y = 2x + 1$.

Câu 299: Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x^2}{4} - x + 1$, có đồ thị (C). Từ điểm $M(2; -1)$ có thể kẻ đến (C) hai tiếp tuyến phân biệt. Hai tiếp tuyến này có phương trình:

A. $y = -x + 1$ và $y = x - 3$. **B.** $y = 2x - 5$ và $y = -2x + 3$.

C. $y = -x - 1$ và $y = -x + 3$. **D.** $y = x + 1$ và $y = -x - 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $N(x_0; y_0)$ là tiếp điểm; $y_0 = \dfrac{x_0^{\,2}}{4} - x_0 + 1$; $f'(x_0) = \dfrac{x_0}{2} - 1$

Phương trình tiếp tuyến tại N là: $y = \left(\dfrac{x_0}{2} - 1\right)(x - x_0) + \dfrac{x_0^{\,2}}{4} - x_0 + 1$

Mà tiếp tuyến đi qua $M(2; -1)$ $\Rightarrow -1 = \left(\dfrac{x_0}{2} - 1\right)(2 - x_0) + \dfrac{x_0^{\,2}}{4} - x_0 + 1 \Leftrightarrow -\dfrac{x_0^{\,2}}{4} + x_0 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 0; y_0 = 1; f'(0) = -1 \\ x_0 = 4; y_0 = 1; f'(4) = 1 \end{array}\right.$

Phương trình tiếp tuyến : $y = -x + 1$ và $y = x - 3$.

Câu 300: Hệ số góc của tiếp tuyến của đường cong $y = f(x) = -\frac{1}{2}\sin\frac{x}{3}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = \pi$ là:

A. $-\frac{\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{12}$. **C.** $-\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$f'(x) = -\frac{1}{6}\cos\frac{x}{3} \Rightarrow f'(\pi) = -\frac{1}{6}\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{12}$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	**B**	**A**	**D**	**A**	**B**	**A**	**A**	**C**	**B**	**B**	**C**	**C**	**C**	**B**	**B**	**D**	**C**	**D**	**A**
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	**A**	**A**	**D**	**B**	**D**	**B**	**C**	**D**	**D**	**D**	**A**	**A**	**C**	**B**	**A**	**A**	**C**	**B**	**B**
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
D	**B**	**B**	**A**	**C**	**A**	**A**	**C**	**C**	**D**	**D**	**A**	**D**	**D**	**A**	**C**	**C**	**A**	**B**	**D**
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
C	**B**	**C**	**C**	**B**	**C**	**A**	**C**	**A**	**A**	**B**	**C**	**C**	**A**	**D**	**D**	**A**	**A**	**D**	**D**
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
D	**C**	**C**	**C**	**D**	**A**	**D**	**C**	**D**	**A**	**A**	**A**	**A**	**D**	**D**	**C**	**D**	**A**	**B**	**C**
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
B	**D**	**A**	**B**	**D**	**A**	**D**	**C**	**D**	**D**	**C**	**C**	**B**	**B**	**B**	**B**	**C**	**B**	**B**	**C**
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
C	**A**	**D**	**D**	**C**	**B**	**A**	**D**	**A**	**A**	**A**	**C**	**A**	**C**	**A**	**D**	**B**	**A**	**D**	**B**
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
D	**A**		**D**	**B**	**D**	**A**	**D**	**A**	**C**	**D**	**B**	**D**	**B**	**B**	**C**	**D**	**A**	**C**	**D**
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
B	**B**	**D**	**C**	**B**	**C**	**D**	**A**	**D**	**A**	**B**	**B**	**B**	**C**	**D**	**C**	**B**	**C**	**B**	**A**
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
C	**B**	**A**	**D**	**D**	**C**	**C**	**C**	**C**	**A**	**D**	**D**	**B**	**A**	**B**	**C**	**B**	**C**	**A**	**B**
201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220
D	**D**	**C**	**A**	**C**	**D**	**D**	**A**	**C**	**D**	**C**	**B**	**D**	**D**	**B**	**D**	**A**	**A**	**D**	**C**
221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240
A	**A**	**C**	**A**	**A**	**B**	**A**	**C**	**A**	**B**	A	D	A	C	C	D	C	A	A	D
241	242	243	2244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260
D	**A**	**D**	**A**	**C**	**A**	**B**	**D**	**B**	**A**	**C**	**B**	**B**	**A**	**C**	**B**	**B**	**B**	**B**	**A**
261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280
A	**A**	**B**	**C**	**A**	**D**	**C**	**B**	**A**	**C**	**D**	**A**	**B**	**A**	**A**	**D**	**B**	**B**	**D**	**D**
281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300
C	**D**	**B**	**B**	**C**	**A**	**D**	**C**	**D**	**B**	**B**	**A**	**A**	**A**	**C**	**D**	**C**	**C**	**A**	**C**

7. BÀI TẬP ÔN TẬP

Câu 301: Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f\left(x\right)=\sin x$, $x\in\left[0;2\pi\right]$ song song với đường thẳng $y=\frac{x}{2}$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$f'\left(x\right)=\cos x$

Do tiếp tuyến song song với $y=\frac{x}{2}$ có $f'\left(x_0\right)=\frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \cos x=\frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$

Vì $x\in\left[0;2\pi\right]$ $\Rightarrow x=\frac{\pi}{3};x=\frac{5\pi}{3}$

Vậy có 2 phương trình tiếp tuyến.

Câu 302: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)=\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}$, $x\in\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ song song với đường thẳng $y=-\frac{1}{2}\left(x+1\right)$ là :

A. $y=-\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12}$. **B.** $y=\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12}$. **C.** $y=-\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}$. **D.** $y=-\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$f'\left(x\right)=-\sin x$

Tiếp tuyến song song với $y=-\frac{1}{2}\left(x+1\right)$ $\Rightarrow f'\left(x_0\right)=-\frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \sin x=\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$

Vì $x\in\left[0;\frac{\pi}{4}\right]\Rightarrow x=\frac{\pi}{6};y=0$ $\Rightarrow y=-\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12}$

Câu 303: Số gia của hàm số $y=x^2+2$ tại điểm $x_0=2$ ứng với số gia $\Delta x=1$ bằng bao nhiêu?

A. 13. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$\Delta y=f\left(x_0+\Delta x\right)-f\left(x_0\right)=f\left(2+1\right)-f\left(2\right)=5$

Câu 304: Số gia của hàm số $y=x^2-1$ tại điểm $x_0=2$ ứng với số gia $\Delta x=0,1$ bằng bao nhiêu?

A. $-0,01$. **B.** $0,41$. **C.** $0,99$. **D.** $11,1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$\Delta y=f\left(x_0+\Delta x\right)-f\left(x_0\right)=f\left(2+0,1\right)-f\left(2\right)=0,41$

Câu 305: Đạo hàm của hàm số $y=2x^3-(4x^2-3)$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $6x^2-8x-3$. **B.** $6x^2-8x+3$. **C.** $2(3x^2-4x)$. **D.** $2(3x^2-8x)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y' = 6x^2 - 8x = 2\left(3x^2 - 4x\right)$.

Câu 306: Cho hàm số $f(x) = x^3 - x^2 - 3x$. Giá trị $f'(-1)$ bằng bao nhiêu?

A. -2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Ta có $f'(x) = \left(x^3 - x^2 - 3x\right)' = 3x^2 - 2x - 3 \Rightarrow f'(-1) = 3(-1)^2 - 2(-1) - 3 = 2$.

Chọn đáp án **D.**

Câu 307: Cho hàm số $g(x) = 9x - \frac{3}{2}x^2$. Đạo hàm của hàm số $g\left(x\right)$ dương trong trường hợp nào?

A. $x < 3$. **B.** $x < 6$. **C.** $x > 3$. **D.** $x < -3$.

Hướng dẫn giải

Ta có $g'(x) = \left(9x - \frac{3}{2}x^2\right)' = 9 - 3x \Rightarrow g'(x) > 0 \Leftrightarrow 9 - 3x > 0 \Leftrightarrow x < 3$.

Chọn đáp án **A.**

Câu 308: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$. Đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)$ dương trong trường hợp nào?

A. $x < 0 \vee x > 1$. **B.** $x < 0 \vee x > 2$. **C.** $0 < x < 2$. **D.** $x < 1$.

Hướng dẫn giải

Ta có $f'(x) = \left(x^3 - 3x^2 + 3\right)' = 3x^2 - 6x \Rightarrow f'(x) > 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 0 \\ x > 2 \end{array}\right.$.

Chọn đáp án **B.**

Câu 309: Cho hàm số $f(x) = \frac{4}{5}x^5 - 6$. Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 4$ là bao nhiêu?

A. 0. **B.** 1.

C. 2. **D.** Nhiều hơn 2 nghiệm.

Hướng dẫn giải

Ta có $f'(x) = \left(\frac{4}{5}x^5 - 6\right)' = 4x^4$. Suy ra $f'(x) = 4 \Leftrightarrow x^4 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Chọn đáp án **C.**

Câu 310: Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 1$. Số nghiệm của phương trình $f'(x) = -2$ là bao nhiêu?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Ta có $f'(x) = \left(\frac{2}{3}x^3 - 1\right)' = 2x^2$. Suy ra $f'(x) = -2 \Leftrightarrow x^2 = -1$. Phương trình vô nghiệm.

Chọn đáp án **A.**

Câu 311: Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2x$. Phương trình $f'(x) = 2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Ta có $f'(x) = \left(x^4 - 2x\right)' = 4x^3 - 2$. Suy ra $f'(x) = 2 \Leftrightarrow x^3 = 1 \Leftrightarrow x = 1$.

Chọn đáp án **B.**

Câu 312: Cho hai hàm số $f(x) = x^2 + 5$; $g(x) = 9x - \frac{3}{2}x^2$. Giá trị của x là bao nhiêu để $f'(x) = g'(x)$?

A. -4. **B.** 4. **C.** $\dfrac{9}{5}$. **D.** $\dfrac{5}{9}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\begin{cases} f'(x)=2x \\ g'(x)=9-3x \end{cases} \Rightarrow f'(x)=g'(x) \Leftrightarrow 2x=9-3x \Leftrightarrow x=\dfrac{9}{5}$.

Chọn đáp án **C.**

Câu 313: Hàm số nào sau đây có đạo hàm bằng $2(3x+1)$?

A. $2x^3+2x$. **B.** $3x^2+2x+5$. **C.** $3x^2+x+5$. **D.** $(3x+1)^2$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\left(3x^2+2x+5\right)'=6x+2$.

Chọn đáp án **B.**

Câu 314: Hàm số nào sau đây có đạo hàm bằng $3(2x+1)$?

A. $\dfrac{3}{2}(2x+1)^2$. **B.** $3x^2+x$. **C.** $3x(x+1)$. **D.** $2x^3+3x$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\left[3x(x+1)\right]'=\left(3x^2+3x\right)'=6x+3$.

Chọn đáp án **C.**

Câu 315: Cho hàm số $f(x)=2x^3+3x^2-36x-1$. Để $f'(x)=0$ thì x có giá trị thuộc tập hợp nào?

A. $\{-3;2\}$. **B.** $\{3;-2\}$. **C.** $\{-6;4\}$. **D.** $\{4;-6\}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $f'(x)=\left(2x^3+3x^2-36x-1\right)'=6x^2+6x-36$. Suy ra

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 6x^2+6x-36=0 \Leftrightarrow x^2+x-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-3 \end{array}\right..$$

Chọn đáp án **A.**

Câu 316: Cho hàm số $f(x)=x^3+2x^2-7x+5$. Để $f'(x)=0$ thì x có giá trị thuộc tập hợp nào?

A. $\left[-\dfrac{7}{3};1\right]$. **B.** $\left\{-1;\dfrac{7}{3}\right\}$. **C.** $\left(-\dfrac{7}{3};1\right)$. **D.** $\left\{1;-\dfrac{7}{3}\right\}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $f'(x)=\left(x^3+2x^2-7x+5\right)'=3x^2+4x-7$. Suy ra

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2+4x-7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\dfrac{7}{3} \end{array}\right..$$

Chọn đáp án **D.**

Câu 317: Cho hàm số $f(x)=x^3+2x^2-7x+3$. Để $f'(x)\le 0$ thì x có giá trị thuộc tập hợp nào?

A. $\left[-\dfrac{7}{3};1\right]$. **B.** $\left[-1;\dfrac{7}{3}\right]$. **C.** $\left(-\dfrac{7}{3};1\right)$. **D.** $\left\{-\dfrac{7}{3};1\right\}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $f'(x)=\left(x^3+2x^2-7x+3\right)'=3x^2+4x-7$. Suy ra

$$f'(x)\le 0 \Leftrightarrow 3x^2+4x-7\le 0 \Leftrightarrow -\frac{7}{3}\le x\le 1$$

Chọn đáp án **A.**

Câu 318: Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2\sqrt{2}x^2+8x-1$. Để $f'(x)=0$ thì x có giá trị thuộc tập hợp nào?

A. $\left\{2\sqrt{2}\right\}$. **B.** $\left\{-2\sqrt{2}\right\}$. **C.** $\left\{2;\sqrt{2}\right\}$. **D.** $\varnothing$.

Hướng dẫn giải

Ta có $f'(x)=\left(\frac{1}{3}x^3-2\sqrt{2}x^2+8x-1\right)'=x^2-4\sqrt{2}x+8 \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2-4\sqrt{2}x+8=0$.

$\Leftrightarrow x=2\sqrt{2}$

Chọn đáp án **A.**

Câu 319: Đạo hàm của hàm số $y=2x^5-\frac{2}{x}+3$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $10x^4+\frac{2}{x^2}$. **B.** $10x^4-\frac{2}{x^2}$. **C.** $10x^4+\frac{2}{x^2}+3$. **D.** $10x+\frac{2}{x^2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $f'(x)=\left(2x^5-\frac{2}{x}+3\right)'=10x^4+\frac{2}{x^2}$.

Chọn đáp án **A.**

Câu 320: Đạo hàm của hàm số $f(x)=2x^5-\frac{4}{x}+5$ tại $x=-1$ bằng số nào sau đây?

A. 21. **B.** 14. **C.** 10. **D.** – 6.

Hướng dẫn giải

Ta có $f'(x)=\left(2x^5-\frac{4}{x}+5\right)'=10x^4+\frac{4}{x^2} \Rightarrow f'(-1)=10(-1)^4+\frac{4}{(-1)^2}=10+4=14$.

Chọn đáp án **B.**

Câu 321: Cho $f(x)=5x^2$; $g(x)=2(8x-x^2)$. Bất phương trình $f'(x)>g'(x)$ có nghiệm là?

A. $x>\frac{8}{7}$. **B.** $x>\frac{6}{7}$. **C.** $x<\frac{8}{7}$. **D.** $x>-\frac{8}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $f'(x)=10x$; $g'(x)=16-4x$. Khi đó $f'(x)>g'(x)\Leftrightarrow 10x>16-4x\Leftrightarrow x>\frac{8}{7}$.

Câu 322: Phương trình tiếp tuyến với đồ thị $y=x^3-2x^2+x-1$ tại điểm có hoành độ $x_0=-1$ là:

A. $y=8x+3$. **B.** $y=8x+7$. **C.** $y=8x+8$. **D.** $y=8x+11$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tọa độ tiếp điểm: $x_0=-1\Rightarrow y_0=-5$. Tiếp điểm $M\left(-1;-5\right)$.

Hệ số góc của tiếp tuyến: $y'=3x^2-4x+1\Rightarrow y'\left(-1\right)=8$.

Tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0=-1$ có phương trình: $y=8\left(x+1\right)-5\Leftrightarrow y=8x+3$.

Câu 323: Tiếp tuyến với đồ thị $y=x^3-x^2+1$ tại điểm có hoành độ $x_0=1$ có phương trình là:

A. $y=x$. **B.** $y=2x$. **C.** $y=2x-1$. **D.** $y=x-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tọa độ tiếp điểm: $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 1$. Tiếp điểm $M(1;1)$.

Hệ số góc của tiếp tuyến: $y' = 3x^2 - 2x \Rightarrow y'(1) = 1$.

Tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ có phương trình: $y = (x-1)+1 \Leftrightarrow y = x$.

Câu 324: Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị $y = 2x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ là:

A. 18. **B**. 14. **C**. 12. **D**. 6.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Hệ số góc của tiếp tuyến: $y' = 6x^2 - 6x \Rightarrow y'(2) = 12$.

Câu 325: Tiếp tuyến với đồ thị $y = x^3 - x^2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -2$ có phương trình là:

A. $y = 16x + 20$. **B**. $y = 16x - 56$. **C**. $y = 20x + 14$. **D**. $y = 20x + 24$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tọa độ tiếp điểm: $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = -12$. Tiếp điểm $M(-2;-12)$.

Hệ số góc của tiếp tuyến: $y' = 3x^2 - 2x \Rightarrow y'(-2) = 16$.

Tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0 = -2$ có phương trình: $y = 16(x+2) - 12 \Leftrightarrow y = 16x + 20$.

Câu 326: Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 5$ tại điểm có hoành độ -2 là:

A. 38. **B**. 36. **C**. 12. **D**. – 12.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Hệ số góc của tiếp tuyến: $y' = 6x^2 - 6x \Rightarrow y'(-2) = 36$.

Câu 327: Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^4 + x^3 - 2x^2 + 1$ tại điểm có hoành độ -1 là:

A. 11. **B**. 4. **C**. 3. **D**. – 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Hệ số góc của tiếp tuyến: $y' = 4x^3 + 3x^2 - 4x \Rightarrow y'(-1) = 3$.

Câu 328: Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + 1$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ có hệ số góc bằng:

A. 7. **B**. 5. **C**. 1. **D**. – 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Hệ số góc của tiếp tuyến: $y' = 3x^2 - 2x \Rightarrow y'(-1) = 5$.

Câu 329: Cho hàm số $f(x) = x^4 + 2x^2 - 3$. Với giá trị nào của x thì $f'(x)$ dương?

A. $x > 0$. **B**. $x < 0$. **C**. $x < -1$. **D**. $-1 < x < 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có : $f'(x) = 4x^3 + 4x$. Khi đó $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4x > 0 \Leftrightarrow x > 0$.

Câu 330: Cho hàm số $f(x) = x^3 - x^2 - x + 5$. Với giá trị nào của x thì $f'(x)$ âm?

A. $-1 < x < \frac{1}{3}$. **B**. $\frac{1}{3} < x < 1$. **C**. $-\frac{1}{3} < x < 1$. **D**. $-\frac{2}{3} < x < 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có : $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$. Khi đó $f'(x) < 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < 1$.

Câu 331: Cho hàm số $f(x)=mx-\frac{1}{3}x^3$. Với giá trị nào của m thì $x=-1$ là nghiệm của bất phương trình $f'(x)<2$?

A. $m>3$. **B.** $m<3$. **C.** $m=3$. **D.** $m<1$.

Hướng dẫn giải

Chọn đáp án B.

Ta có $f'(x)=m-x^2$.

$x=-1$ là nghiệm của bất phương trình $f'(x)<2 \Rightarrow f'(1)<2 \Leftrightarrow m-1<2 \Leftrightarrow m<3.$

Câu 332: Cho hàm số $f(x)=2mx-mx^3$. Với giá trị nào của m thì $x=1$ là nghiệm của bất phương trình $f'(x)\ge 1$?

A. $m\le -1$. **B.** $m\ge -1$. **C.** $-1\le m\le 1$. **D.** $m\ge 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn đáp án A

Ta có $f'(x)=2m-3mx^2$.

$x=1$ là nghiệm của bất phương trình $f'(x)\ge 1 \Rightarrow f'(1)\ge 1 \Leftrightarrow -m\ge 1 \Leftrightarrow m\le -1.$

Câu 333: Cho hàm số $f(x)=2x-\frac{3}{2}x^2$. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương khi x thuộc tập hợp nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right]$. **B.** $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{8}{3}\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn đáp án B

Ta có $f'(x)=2-3x.$

Khi đó, $f'(x)>0 \Leftrightarrow 2-3x>0 \Leftrightarrow x<\frac{2}{3}.$

Câu 334: Cho hàm số $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+1}$. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ nhận giá trị âm khi x thuộc tập hợp nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1]\cup[1;+\infty)$. **D.** $[-1;1]$.

Hướng dẫn giải

Chọn đáp án A

Ta có $f'(x)=\frac{4x}{\left(x^2+1\right)^2}$.

Khi đó, $f'(x)<0 \Leftrightarrow 4x<0 \Leftrightarrow x<0.$

Câu 335: Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-3\sqrt{2}x^2+18x-2$. Để $f'(x)\ge 0$ thì x có giá trị thuộc tập hợp nào dưới đây?

A. $\left(3\sqrt{2};+\infty\right)$. **B.** $\left[3\sqrt{2};+\infty\right)$. **C.** $\varnothing$. **D.** $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn đáp án D

Ta có $f'(x)=x^2-6\sqrt{2}x+18=\left(x-3\sqrt{2}\right)^2 \Rightarrow f'(x)\ge,\forall x\in\mathbb{R}.$

Câu 336: Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-6x-5$. Để $f'(x)<0$ thì x có giá trị thuộc tập hợp nào dưới đây?

A. $(-\infty;-3)\cup(2;+\infty)$. **B.** $(-3;2)$. **C.** $(-2;3)$. **D.** $(-\infty;-4]\cup[3;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn đáp án C

Ta có $f'(x)<0 \Leftrightarrow x^2-x-6<0 \Leftrightarrow x\in(-2;3)$.

Câu 337: Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-12x-1$. Để $f'(x)\ge 0$ thì x có giá trị thuộc tập hợp nào dưới đây?

A. $(-\infty;-3]\cup[4;+\infty)$. **B.** $[-3;4]$. **C.** $[-4;3]$. **D.** $(-\infty;-4]\cup[3;+\infty)$..

Hướng dẫn giải

Chọn đáp án D

$f'(x)\ge 0 \Leftrightarrow x^2+x-12\ge 0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-4]\cup[3;+\infty)$.

Câu 338: Cho hàm số $f(x)=\sqrt{2x-3x^2}$. Để $f'(x)<0$ thì x có giá trị thuộc tập hợp nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn đáp án C

Ta có $f'(x)<0 \Leftrightarrow \frac{2-6x}{2\sqrt{2x-3x^2}}<0 \Leftrightarrow \begin{cases}2x-3x^2>0\\2-6x<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}0<x<\frac{2}{3}\\x>\frac{1}{3}\end{cases} \Rightarrow x\in\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

Câu 339: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{x^2-5x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{1}{2\sqrt{x^2-5x}}$. **B.** $\frac{2x-5}{\sqrt{x^2-5x}}$. **C.** $\frac{2x-5}{2\sqrt{x^2-5x}}$. **D.** $-\frac{2x-5}{\sqrt{x^2-5x}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn đáp án C

Ta có $f'(x)=\frac{(x^2-5x)'}{2\sqrt{x^2-5x}}=\frac{2x-5}{2\sqrt{x^2-5x}}$

Câu 340: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{2-3x^2}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{1}{2\sqrt{2-3x^2}}$. **B.** $\frac{-6x^2}{2\sqrt{2-3x^2}}$. **C.** $\frac{3x}{\sqrt{2-3x^2}}$. **D.** $\frac{-3x}{\sqrt{2-3x^2}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn đáp án D

$f'(x)=\frac{(2-3x^2)'}{2\sqrt{2-3x^2}}=\frac{-3x}{\sqrt{2-3x^2}}$

Câu 341: Đạo hàm của hàm số $f(x)=(x+2)(x-3)$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $2x+5$. **B.** $2x-7$. **C.** $2x-1$. **D.** $2x-5$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $f(x)=(x+2)(x-3)=x^2-x-6 \Rightarrow f'(x)=2x-1$

Câu 342: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x-3}{2x-1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-\frac{12}{(2x-1)^2}$. **B.** $-\frac{8}{(2x-1)^2}$. **C.** $-\frac{4}{(2x-1)^2}$. **D.** $\frac{4}{(2x-1)^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $f(x)=\dfrac{2x-3}{2x-1}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{4}{(2x-1)^2}$

Câu 343: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x+4}{2x-1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-\dfrac{7}{(2x-1)^2}$. **B.** $\dfrac{7}{(2x-1)^2}$. **C.** $-\dfrac{9}{(2x-1)^2}$. **D.** $\dfrac{9}{(2x-1)^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $f(x)=\dfrac{x+4}{2x-1}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{-9}{(2x-1)^2}$

Câu 344: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x+4}{2-5x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-\dfrac{18}{(2-5x)^2}$. **B.** $-\dfrac{13}{(2-5x)^2}$. **C.** $\dfrac{3}{(2-5x)^2}$. **D.** $\dfrac{22}{(2-5x)^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $f(x)=\dfrac{x+4}{2-5x}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{22}{(2-5x)^2}$

Câu 345: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2-3x}{2x+1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-\dfrac{7}{(2x+1)^2}$. **B.** $-\dfrac{4}{(2x+1)^2}$. **C.** $\dfrac{8}{(2x+1)^2}$. **D.** $\dfrac{1}{(2x+1)^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $f(x)=\dfrac{2-3x}{2x+1}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{-7}{(2x+1)^2}$

Câu 346: Hàm số nào sau đây có đạo hàm luôn dương với mọi giá trị thuộc tập xác định của hàm số đó?

A. $y=\dfrac{3x+2}{5x+1}$. **B.** $y=\dfrac{3x-2}{5x+1}$. **C.** $y=\dfrac{-x-2}{2x-1}$. **D.** $y=\dfrac{-x+2}{x+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $y'=\dfrac{3.1-5.(-2)}{(5x+1)^2}=\dfrac{13}{(5x+1)^2}>0\,\forall\neq-\dfrac{1}{5}$.

Câu 347: Hàm số nào sau đây có đạo hàm luôn âm với mọi giá trị thuộc tập xác định của hàm số đó?

A. $y=\dfrac{-x-2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{3x-2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $y'=\dfrac{3.(-1)-2.(1)}{(x-1)^2}=\dfrac{-5}{(x-1)^2}<0\,\forall\neq1$.

Câu 348: Nếu $f(x)=\sqrt{x^2+2x+3}$ thì $f''(x)=$

A. $\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+3}}$. **B.** $\dfrac{2x+2}{\sqrt{x^2+2x+3}}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}}$. **D.** $\dfrac{x-1}{(x^2+2x+3)}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $f(x)=\sqrt{x^2+2x+3}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+3}}$

Câu 349: Nếu $f(x)=\dfrac{2-x}{3x+1}$ thì $f''(x)=$

A. $\dfrac{5}{(3x+1)^2}$. **B.** $\dfrac{2x-1}{(3x+1)^2}$. **C.** $\dfrac{-7}{(3x+1)^2}$. **D.** $-\dfrac{7}{(3x+1)^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $f(x)=\dfrac{2-x}{3x+1}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{-7}{(3x+1)^2}$

Câu 350: Nếu $f(x)=x^2\cos\dfrac{1}{x}$ thì $f'(x)=$

A. $2x\cos\dfrac{1}{x}-x^2\sin\dfrac{1}{x}$. **B.** $-2x\sin\dfrac{1}{x}$. **C.** $2x\cos\dfrac{1}{x}+\sin\dfrac{1}{x}$. **D.** $\sin\dfrac{1}{x}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $f(x)=x^2\cos\dfrac{1}{x}\Rightarrow f'(x)=2x\cos\dfrac{1}{x}+\sin\dfrac{1}{x}$

Câu 351: Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{1}{\sin 2x}$

A. $y'=-\dfrac{2\cos 2x}{\sin^2 2x}$. **B.** $y'=-\dfrac{2}{\sin^2 2x}$. **C.** $y'=-\dfrac{\cos 2x}{\sin^2 2x}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{2\cos 2x}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $y=\dfrac{1}{\sin 2x}\Rightarrow y'=-\dfrac{(\sin 2x)'}{(\sin 2x)^2}=-\dfrac{2\cos 2x}{\sin^2 2x}$

Câu 352: Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{\cos x}{x^2}$

A. $y'=-\dfrac{\sin x}{2x}$. **B.** $y'=\dfrac{-x\sin x-2\cos x}{x^3}$.

C. $y'=\dfrac{-x\sin x+2\cos x}{x^3}$. **D.** $y'=-\dfrac{2\sin x}{x^3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $y=\dfrac{\cos x}{x^2}\Rightarrow y'=\dfrac{(\cos x)'.x^2-(x^2)'.\cos x}{x^4}=\dfrac{-\sin x.x^2-2x.\cos x}{x^4}=\dfrac{-x\sin x-2\cos x}{x^3}$

Câu 353: Nếu $k(x)=2\sin^3\sqrt{x}$ thì $k'(x)=$

A. $\dfrac{6}{\sqrt{x}}\sin^2\sqrt{x}\cos\sqrt{x}$. **B.** $6\sin^2\sqrt{x}\cos\sqrt{x}$. **C.** $\dfrac{3}{\sqrt{x}}\sin^2\sqrt{x}\cos\sqrt{x}$. **D.** $\dfrac{\cos^3\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$k(x)=2\sin^3\sqrt{x}\Rightarrow k'(x)=2.3.\sin^2\sqrt{x}.\left(\sin\sqrt{x}\right)'=6.\sin^2\sqrt{x}.\cos\sqrt{x}.\left(\sqrt{x}\right)'$

$=6.\sin^2\sqrt{x}.\cos\sqrt{x}.\dfrac{1}{2\sqrt{x}}=\dfrac{3}{\sqrt{x}}\sin^2\sqrt{x}.\cos\sqrt{x}$

Câu 354: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)=x^2-\dfrac{1}{x}$ tại điểm có hoành độ $x=-1$ là

A. $y=-x+1$. **B.** $y=x-1$. **C.** $y=-x+2$. **D.** $y=2x+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $f(x)=x^2-\dfrac{1}{x}\Rightarrow f'(x)=2x+\dfrac{1}{x^2}\Rightarrow f'(-1)=-1;\ f(-1)=2$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)=x^2-\dfrac{1}{x}$ tại điểm có hoành độ $x=-1$ là

$y=-(x+1)+2$ hay $y=-x+1$.

Câu 355: Nếu $f(x)=(5x+1)(1-x)^3$ thì $f'(x)=$

A. $-15(1-x)^2$. **B.** $2(1-10x)(1-x)^2$. **C.** $5(6x+1)(1-x)^2$. **D.** $(5x-2)(1-x)^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có

$f(x)=(5x+1)(1-x)^3\Rightarrow f'(x)=(5x+1)'.(1-x)^3+(5x+1).\left[(1-x)^3\right]'$

$=5.(1-x)^3+(5x+1).(-3)(1-x)^2=2(1-x)^2(1-10\text{x})$

Câu 356: Nếu $y=\sin\dfrac{x}{2}$ thì $y^{(n)}=$

A. $\dfrac{1}{2^n}\sin\left(\dfrac{x}{2}+n\dfrac{\pi}{2}\right)$. **B.** $\sin\left(\dfrac{x}{2}+n\dfrac{\pi}{2}\right)$. **C.** $2^n\sin\left(\dfrac{x}{2}+n\dfrac{\pi}{2}\right)$. **D.** $\dfrac{1}{2^n}\sin\left(\dfrac{x}{2}+n\pi\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Chứng minh bằng quy nạp $y^{(n)}=\dfrac{1}{2^n}\sin\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{n\pi}{2}\right)$ (1)

Với $n=1$ ta có $y'=\left(\sin\dfrac{x}{2}\right)'=\dfrac{1}{2}\cos\dfrac{x}{2}=\dfrac{1}{2}\sin\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{2}\right)$

Giả sử (1) đúng với $n=k,\quad k\in\mathbb{N}^*$ tức là ta có $y^{(k)}=\dfrac{1}{2^k}\sin\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{k\pi}{2}\right)$ (1)

Chứng minh (1) đúng với $n=k+1$ tức là cần chứng minh $y^{(k+1)}=\dfrac{1}{2^{k+1}}\sin\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{(k+1)\pi}{2}\right)$ (2)

Thật vậy, ta có

$y^{(k+1)}=\left(y^{(k)}\right)'=\left(\dfrac{1}{2^k}\sin\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{k\pi}{2}\right)\right)'=\dfrac{1}{2^k}.\dfrac{1}{2}\cos\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{k\pi}{2}\right)$

$=\dfrac{1}{2^{k+1}}\sin\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{k\pi}{2}+\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{1}{2^{k+1}}\sin\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{(k+1)\pi}{2}\right)$

Câu 357: Phương trình tiếp tuyến của parabol $y=x^2+x+3$ song song với đường thẳng $y=\dfrac{4}{3}-x$ là :

A. $y = x - 2$. **B.** $y = 1 - x$. **C.** $y = 2 - x$. **D.** $y = 3 - x$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $y = x^2 + x + 3 \Rightarrow y' = 2x + 1$

Giả sử $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến với parabol $y = x^2 + x + 3$

Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = \frac{4}{3} - x$ nên

$y'(x_0) = -1 \Leftrightarrow 2x_0 + 1 = -1 \Leftrightarrow x_0 = -1; y(-1) = 3$

Phương trình tiếp tuyến là $y = -1(x+1) + 3$ hay $y = 2 - x$

Câu 358: Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $f(x) = \frac{3x+2}{2x-3}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ có hệ số góc bằng bao nhiêu?

A. 13. **B.** -1. **C.** -5. **D.** -13.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $f(x) = \frac{3x+2}{2x-3} \Rightarrow f'(x) = \frac{-13}{(2x-3)^2}, \forall x \neq \frac{3}{2}$

$\Rightarrow k = f'(1) = -13$

Câu 359: Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x+5}{x-2}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 3$ có hệ số góc bằng bao nhiêu?

A. 3 **B.** -3. **C.** -7. **D.** -10.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $f(x) = \frac{x+5}{x-2} \Rightarrow f'(x) = \frac{-7}{(x-2)^2}, \forall x \neq 2$

$\Rightarrow k = f'(3) = -7$

Câu 360: Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x+5}{x-3} + \sqrt{x}$ tại điểm $x = 1$ bằng bao nhiêu?

A. -3. **B.** 4. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** $\frac{-1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $f(x) = \frac{3x+5}{x-3} + \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{-14}{(x-3)^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ với $\begin{cases} x \neq 3 \\ x \geq 0 \end{cases}$

$f'(1) = -3$.

Câu 361: Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{x-3}{x+3} + \sqrt{4x}$ tại điểm $x = 1$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{-5}{8}$. **B.** $\frac{5}{8}$. **C.** $\frac{25}{16}$. **D.** $\frac{11}{8}$.

Hướng dẫn giải

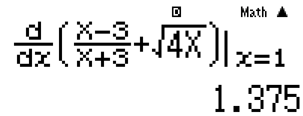
Cách 1. Áp dụng công thức $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ và $\left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$.

Ta có: $f'(x) = \frac{6}{(x+3)^2} + \frac{2}{\sqrt{4x}}$. $f'(1) = \frac{6}{(1+3)^2} + \frac{2}{\sqrt{4.1}} = \frac{11}{8}$.

Cách 2. Sử dụng MTCT:

Quy trình bầm phím:

q y a Q)p3RQ)+3+s4Q)$$1=



Chọn phương án D.

Câu 362: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\frac{x-1}{x+1}+\sqrt{4x}$ tại điểm $x=1$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{-1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

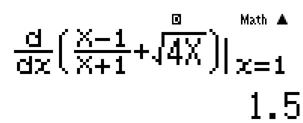
Cách 1. Áp dụng công thức $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)'=\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ và $\left(\sqrt{u}\right)'=\frac{u'}{2\sqrt{u}}$.

Ta có: $f'(x)=\frac{2}{(x+1)^2}+\frac{2}{\sqrt{4x}}$. $f'(1)=\frac{2}{(1+1)^2}+\frac{2}{\sqrt{4.1}}=\frac{3}{2}$.

Cách 2. Sử dụng MTCT:

Quy trình bầm phím:

q y a Q)p1RQ)+1+s4Q)$$1=



Chọn phương án D.

Câu 363: Đạo hàm của hàm số $f(x)=x^4+\sqrt{x}+2$ tại điểm $x=1$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{17}{2}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{9}{4}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

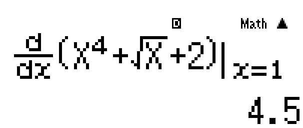
Cách 1. Áp dụng công thức $\left(x^n\right)'=n.x^{n-1}$ và $\left(\sqrt{x}\right)'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Ta có: $f'(x)=4x^3+\frac{1}{2\sqrt{x}}$. $f'(1)=4.1^3+\frac{1}{2\sqrt{1}}=\frac{9}{2}$.

Cách 2: Sử dụng MTCT

Quy trình bấm phím:

qyQ)^4$+sQ)$+2$1=



Chọn phương án B.

Câu 364: Đạo hàm của hàm số $f(x)=x^3+\sqrt{x}-5$ tại điểm $x=1$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{7}{2}$ **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $\frac{7}{4}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

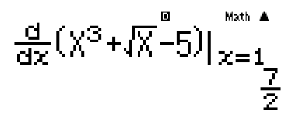
Cách 1. Áp dụng công thức $\left(x^n\right)'=n.x^{n-1}$ và $\left(\sqrt{x}\right)'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Ta có: $f'(x)=3x^2+\frac{1}{2\sqrt{x}}$. $f'(1)=3.1^2+\frac{1}{2\sqrt{1}}=\frac{7}{2}$.

Cách 2: Sử dụng MTCT

Quy trình bấm phím:

qyQ)qd+sQ)$p5$1=



Chọn phương án A.

Câu 365: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-\frac{x}{\left(x^2+1\right)^2}$. **B.** $\frac{2x}{\left(x^2+1\right)^2}$. **C.** $-\frac{2x}{\left(x^2+1\right)^2}$. **D.** $\frac{2x}{\left(x^2+1\right)^2}$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức $\left(\frac{1}{v}\right)'=\frac{-v'}{v^2}$.

Ta có: $f'(x)=\frac{-\left(x^2+1\right)'}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{-2x}{\left(x^2+1\right)^2}$.

Chọn phương án C.

Câu 366: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x^2-1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{2x^2}{\left(x^2-1\right)^2}$. **B.** $\frac{-2x}{\left(x^2-1\right)^2}$. **C.** $-\frac{1}{\left(x^2-1\right)^2}$. **D.** $\frac{2x}{\left(x^2-1\right)^2}$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức $\left(\frac{1}{v}\right)'=\frac{-v'}{v^2}$.

Ta có: $f'(x)=\frac{-\left(x^2-1\right)'}{\left(x^2-1\right)^2}=\frac{-2x}{\left(x^2-1\right)^2}$.

Chọn phương án B.

Câu 367: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\frac{x^2+1}{x^2-1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{4x^2}{\left(x^2-1\right)^2}$. **B.** $\dfrac{4x}{\left(x^2-1\right)^2}$. **C.** $\dfrac{-2}{\left(x^2-1\right)^2}$. **D.** $\dfrac{-4x}{\left(x^2-1\right)^2}$.

Hướng dẫn giải

Cách 1. Áp dụng công thức $\left(\dfrac{u}{x}\right)'=\dfrac{u'.v-v'.u}{v^2}$.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{\left(x^2+1\right)'\left(x^2-1\right)-\left(x^2-1\right)'\left(x^2+1\right)}{\left(x^2-1\right)^2}=\dfrac{-4x}{\left(x^2+1\right)^2}$.

Chọn phương án D.

Cách 2. Áp dụng công thức $\left(\dfrac{a_1x^2+b_1x+c}{a_2x^2+b_2x+c_2}\right)'=\dfrac{\begin{vmatrix}a_1&b_1\\a_2&b_2\end{vmatrix}x^2+2\begin{vmatrix}a_1&c_1\\a_2&c_2\end{vmatrix}x+\begin{vmatrix}b_1&c_1\\b_2&c_2\end{vmatrix}}{\left(a_2x^2+b_2x+c_2\right)^2}$.

Ta có : $f'(x)=\dfrac{\begin{vmatrix}1&0\\1&0\end{vmatrix}x^2+2\begin{vmatrix}1&1\\1&-1\end{vmatrix}x+\begin{vmatrix}0&1\\0&-1\end{vmatrix}}{\left(x^2-1\right)^2}=\dfrac{-4x}{\left(x^2+1\right)^2}$.

Câu 368: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2-x^2}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{2x}{\left(2-x^2\right)^2}$. **B.** $-\dfrac{2x}{\left(2-x^2\right)^2}$. **C.** $-\dfrac{2}{\left(2-x^2\right)^2}$. **D.** $-\dfrac{1}{\left(2-x^2\right)^2}$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức $\left(\dfrac{1}{v}\right)'=\dfrac{-v'}{v^2}$.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{-\left(2-x^2\right)'}{\left(2-x^2\right)^2}=\dfrac{2x}{\left(2-x^2\right)^2}$.

Chọn phương án A.

Câu 369: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{1-x^2}{2-x^2}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{2x}{\left(2-x^2\right)^2}$. **B.** $-\dfrac{2x}{\left(2-x^2\right)^2}$. **C.** $-\dfrac{2}{\left(2-x^2\right)^2}$. **D.** $-\dfrac{1}{\left(2-x^2\right)^2}$.

Hướng dẫn giải

Cách 1. Áp dụng công thức $\left(\dfrac{u}{x}\right)'=\dfrac{u'.v-v'.u}{v^2}$.

Ta có: $y'=\dfrac{\left(1-x^2\right)'\left(2-x^2\right)-\left(2-x^2\right)'\left(1-x^2\right)}{\left(2-x^2\right)^2}=\dfrac{-2x}{\left(2-x^2\right)^2}$.

Chọn phương án B.

Cách 2. Áp dụng công thức $\left(\dfrac{a_1x^2+b_1x+c}{a_2x^2+b_2x+c_2}\right)'=\dfrac{\begin{vmatrix}a_1&b_1\\a_2&b_2\end{vmatrix}x^2+2\begin{vmatrix}a_1&c_1\\a_2&c_2\end{vmatrix}x+\begin{vmatrix}b_1&c_1\\b_2&c_2\end{vmatrix}}{\left(a_2x^2+b_2x+c_2\right)^2}$.

$y'=\dfrac{\begin{vmatrix}-1&0\\-1&0\end{vmatrix}x^2+2\begin{vmatrix}-1&1\\-1&2\end{vmatrix}x+\begin{vmatrix}0&1\\0&2\end{vmatrix}}{\left(x^2-1\right)^2}=\dfrac{-2x}{\left(x^2+1\right)^2}$.

Câu 370: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{1}{x^2+x-1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{-(2x+1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$. **B.** $\dfrac{-2(x+1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$. **C.** $\dfrac{-(2x-1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$. **D.** $\dfrac{2(2x+1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức $\left(\dfrac{1}{v}\right)'=\dfrac{-v'}{v^2}$.

Ta có: $y'=\dfrac{-\left(x^2+x-1\right)'}{\left(x^2+x-1\right)^2}=-\dfrac{(2x+1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$.

Chọn phương án A.

Câu 371: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+1}{x^2+x-1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-\dfrac{2(2x-1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$. **B.** $-\dfrac{2(2x+2)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$. **C.** $-\dfrac{2(2x+1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$. **D.** $\dfrac{2(2x+1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$.

Hướng dẫn giải

Cách 1. Áp dụng công thức $\left(\dfrac{u}{x}\right)'=\dfrac{u'.v-v'.u}{v^2}$.

Ta có: $y'=\dfrac{\left(x^2+x+1\right)'\left(x^2+x-1\right)-\left(x^2+x-1\right)'\left(x^2+x+1\right)}{\left(x^2+x-1\right)^2}=-\dfrac{2(2x+1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$.

Chọn phương án C.

Cách 2. Áp dụng công thức $\left(\dfrac{a_1x^2+b_1x+c}{a_2x^2+b_2x+c_2}\right)'=\dfrac{\begin{vmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{vmatrix}x^2+2\begin{vmatrix}a_1 & c_1\\ a_2 & c_2\end{vmatrix}x+\begin{vmatrix}b_1 & c_1\\ b_2 & c_2\end{vmatrix}}{\left(a_2x^2+b_2x+c_2\right)^2}$.

Ta có : $y'=\dfrac{\begin{vmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{vmatrix}x^2+2\begin{vmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{vmatrix}x+\begin{vmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{vmatrix}}{\left(x^2-1\right)^2}=\dfrac{-2(2x+1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$.

Câu 372: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+3}{x^2+x-1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-\dfrac{2(2x+1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$. **B.** $-\dfrac{4(2x+1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$. **C.** $-\dfrac{4(2x-1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$. **D.** $-\dfrac{4(2x+4)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$.

Hướng dẫn giải

Cách 1. Áp dụng công thức $\left(\dfrac{u}{x}\right)'=\dfrac{u'.v-v'.u}{v^2}$.

Ta có: $y'=\dfrac{\left(x^2+x+3\right)'\left(x^2+x-1\right)-\left(x^2+x-1\right)'\left(x^2+x+3\right)}{\left(x^2+x-1\right)^2}=-\dfrac{4(2x+1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$.

Chọn phương án B.

Cách 2. Áp dụng công thức $\left(\dfrac{a_1x^2+b_1x+c}{a_2x^2+b_2x+c_2}\right)'=\dfrac{\begin{vmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{vmatrix}x^2+2\begin{vmatrix}a_1 & c_1\\ a_2 & c_2\end{vmatrix}x+\begin{vmatrix}b_1 & c_1\\ b_2 & c_2\end{vmatrix}}{\left(a_2x^2+b_2x+c_2\right)^2}$.

Ta có: $y'=\dfrac{\begin{vmatrix}1&1\\1&1\end{vmatrix}x^2+2\begin{vmatrix}1&3\\1&1\end{vmatrix}x+\begin{vmatrix}1&3\\1&-1\end{vmatrix}}{\left(x^2+x-1\right)^2}=-\dfrac{4\left(2x+1\right)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$.

Câu 373: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{1}{2x^2+x+1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-\dfrac{(4x-1)}{\left(2x^2+x+1\right)^2}$. **B.** $\dfrac{4x+1}{\left(2x^2+x+1\right)^2}$. **C.** $-\dfrac{(4x+1)}{\left(2x^2+x+1\right)^2}$. **D.** $\dfrac{-1}{\left(2x^2+x+1\right)^2}$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức $\left(\dfrac{1}{v}\right)'=\dfrac{-v'}{v^2}$.

Ta có: $y'=\dfrac{-\left(2x^2+x+1\right)'}{\left(2x^2+x+1\right)^2}=-\dfrac{\left(4x+1\right)}{\left(2x^2+x+1\right)^2}$.

Chọn phương án C.

Câu 374: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{2x^2+x+5}{2x^2+x+2}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-\dfrac{-3(4x-1)}{\left(2x^2+x+2\right)^2}$. **B.** $\dfrac{-3(4x+1)}{\left(2x^2+x+2\right)^2}$. **C.** $\dfrac{-3}{\left(2x^2+x+2\right)^2}$. **D.** $-\dfrac{-(4x+1)}{\left(2x^2+x+2\right)^2}$.

Hướng dẫn giải

Cách 1. Áp dụng công thức $\left(\dfrac{u}{x}\right)'=\dfrac{u'.v-v'.u}{v^2}$.

Ta có: $y'=\dfrac{\left(2x^2+x+5\right)'\left(2x^2+x+2\right)-\left(2x^2+x+2\right)'\left(2x^2+x+5\right)}{\left(2x^2+x+2\right)^2}=\dfrac{-3\left(4x+1\right)}{\left(2x^2+x+2\right)^2}$.

Chọn phương án B.

Cách 2. Áp dụng công thức $\left(\dfrac{a_1x^2+b_1x+c}{a_2x^2+b_2x+c_2}\right)'=\dfrac{\begin{vmatrix}a_1&b_1\\a_2&b_2\end{vmatrix}x^2+2\begin{vmatrix}a_1&c_1\\a_2&c_2\end{vmatrix}x+\begin{vmatrix}b_1&c_1\\b_2&c_2\end{vmatrix}}{\left(a_2x^2+b_2x+c_2\right)^2}$.

Ta có : $y'=\dfrac{\begin{vmatrix}2&1\\2&1\end{vmatrix}x^2+2\begin{vmatrix}2&5\\2&2\end{vmatrix}x+\begin{vmatrix}1&5\\1&2\end{vmatrix}}{\left(2x^2+x+2\right)^2}=-\dfrac{3\left(4x+1\right)}{\left(2x^2+x+2\right)^2}$.

Câu 375: Đạo hàm của hàm số $y=(x^3-x^2)^2$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $6x^5+4x^3$. **B.** $6x^5-10x^4+4x$. **C.** $6x^5-10x^4-4x^3$. **D.** $6x^5-10x^4+4x^3$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức $\left(u^n\right)'=nu^{n-1}.u'$.

Ta có: $y'=2\left(x^3-x^2\right)\left(x^3-x^2\right)'=2\left(x^3-x^2\right)\left(3x^2-2x\right)=6x^5-10x^4+4x^3$.

Chọn phương án D.

Câu 376: Đạo hàm của hàm số $y=(x^5-2x^2)^2$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $10x^9+16x^3$. **B.** $10x^9-14x^6+16x^3$. **C.** $10x^9-28x^6+16x^3$. **D.** $10x^9-28x^6+8x^3$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức $\left(u^n\right)'=nu^{n-1}.u'$.

Ta có: $y' = 2\left(x^5 - 2x^2\right)\left(x^5 - 2x^2\right)' = 2\left(x^5 - 2x^2\right)\left(5x^4 - 4x\right) = 10x^9 - 28x^4 + 16x^3$.

Chọn phương án C.

Câu 377: Đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - x^2)^3$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $3(x^3 - x^2)^2$. **B.** $3(x^3 - x^2)^2(3x^2 - 2x)$.

C. $3(x^3 - x^2)^2(3x^2 - x)$. **D.** $3(x^3 - x^2)(3x^2 - 2x)$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức $\left(u^n\right)' = nu^{n-1}.u'$.

Ta có: $y = 3(x^3 - x^2)^2\left(x^3 - x^2\right)' = 3(x^3 - x^2)^2\left(3x - 2x\right)$.

Chọn phương án B.

Câu 378: Đạo hàm của hàm số $y = \left(x^3 - x^2 + x\right)^2$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $2\left(x^3 - x^2 + x\right)^2\left(3x^2 - 2x + 1\right)$. **B.** $2\left(x^3 - x^2 + x\right)\left(3x^2 - 2x^2 + x\right)$.

C. $2\left(x^3 - x^2 + x\right)\left(3x^2 - 2x\right)$. **D.** $2\left(x^3 - x^2 + x\right)\left(3x^2 - 2x + 1\right)$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức $\left(u^n\right)' = nu^{n-1}.u'$.

Ta có: $y' = 2\left(x^3 - x^2 + x\right)\left(x^3 - x^2 + x\right)' = 2\left(x^3 - x^2 + x\right)\left(3x^2 - 2x + 1\right)$.

Chọn phương án D.

Câu 379: Đạo hàm của hàm số $y = \left(\dfrac{2 - 3x}{2x + 1}\right)^2$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{-14}{\left(2x+1\right)^2}.\dfrac{2-3x}{2x+1}$. **B.** $\dfrac{-4}{\left(2x+1\right)^2}.\dfrac{2-3x}{2x+1}$. **C.** $\dfrac{16}{\left(2x+1\right)^2}.\dfrac{2-3x}{2x+1}$. **D.** $2\left(\dfrac{2-3x}{2x+1}\right)$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức $\left(u^n\right)' = nu^{n-1}.u'$ và $\left(\dfrac{ax+b}{cx+d}\right)' = \dfrac{ad - bc}{\left(cx+d\right)^2}$.

Ta có: $y' = 2\left(\dfrac{2-3x}{2x+1}\right).\left(\dfrac{2-3x}{2x+1}\right)' = 2\left(\dfrac{2-3x}{2x+1}\right).\dfrac{-14}{\left(2x+1\right)^2}$.

Chọn phương án A.

Câu 380: Đạo hàm của hàm số $y = (2x^2 - x + 1)^2$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $(4x - 1)^2$. **B.** $2(2x^2 - x + 1)(4x^2 - x)$.

C. $2(2x^2 - x + 1)^2(4x - 1)$. **D.** $2(2x^2 - x + 1)(4x - 1)$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức $\left(u^n\right)' = nu^{n-1}.u'$.

Ta có: $y' = 2\left(2x^2 - x + 1\right).\left(2x^2 - x + 1\right)' = 2\left(2x^2 - x + 1\right)\left(4x - 1\right)$.

Chọn phương án D.

Câu 381: Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{3x^2 - 2x + 12}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{1}{2\sqrt{3x^2-2x+12}}$. **B.** $\dfrac{4x}{2\sqrt{3x^2-2x+12}}$. **C.** $\dfrac{3x-1}{\sqrt{3x^2-2x+12}}$. **D.** $\dfrac{6x}{2\sqrt{3x^2-2x+12}}$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức $\left(\sqrt{u}\right)' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$.

Ta có: $y' = \dfrac{\left(3x^2-2x+12\right)'}{2\sqrt{3x^2-2x+12}} = \dfrac{3x-1}{\sqrt{3x^2-2x+12}}$.

Chọn phương án C.

Câu 382: Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{x^2-4x^3}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{1}{2\sqrt{x^2-4x^3}}$. **B.** $\dfrac{x-6x^2}{\sqrt{x^2-4x^3}}$. **C.** $\dfrac{x-12x^2}{2\sqrt{x^2-4x^3}}$. **D.** $\dfrac{x-2x^2}{2\sqrt{x^2-4x^3}}$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức $\left(\sqrt{u}\right)' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$.

Ta có: $y' = \dfrac{\left(x^2-4x^3\right)'}{2\sqrt{x^2-4x^3}} = \dfrac{2x-12x^2}{2\sqrt{x^2-4x^3}} = \dfrac{x-6x^2}{\sqrt{x^2-4x^3}}$.

Chọn phương án B.

Câu 383: Cho hàm số $y=\sqrt{2x+2}$. Biểu thức $y(1)+y'(1)$ có giá trị là bao nhiêu?

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{9}{4}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức $\left(\sqrt{u}\right)' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$.

Ta có: $y' = \dfrac{(2x+2)'}{2\sqrt{2x+2}} = \dfrac{x}{\sqrt{2x+2}}$.

$y(1)+y'(1) = \sqrt{2.1+2} + \dfrac{1}{\sqrt{2.1+2}} = \dfrac{5}{2}$.

Chọn phương án D.

Câu 384: Cho $f(x)=\left(x^2-3x+3\right)^2$. Biểu thức $f'(1)$ có giá trị là bao nhiêu?

A. 1 **B.** -1. **C.** -2. **D.** -12.

Hướng dẫn giải

Cách 1: Áp dụng công thức $\left(u^n\right)' = nu^{n-1}.u'$

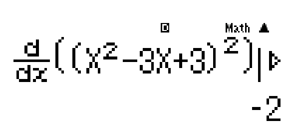
Ta có: $f'(x) = 2\left(x^2-3x+3\right).\left(x^2-3x+3\right)' = 2\left(x^2-3x+3\right).(2x-3)$.

$f'(1) = 2\left(1^2-3.1+3\right)(2.1-3) = -2$.

Cách 2. Áp dụng MTCT

Quy trình bấm phím:

qy(Q)dp3Q)+3)d$1=



Chọn phương án C.

Câu 385: Cho $f(x)=\left(3x^2-4x+1\right)^2$. Biểu thức $f'(2)$ có giá trị là bao nhiêu?

A. 90 **B.** 80. **C.** 40. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Cách 1: Áp dụng công thức $\left(u^n\right)'=nu^{n-1}.u'$.

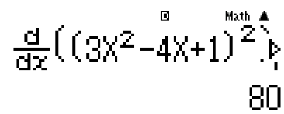
Ta có: $f'(x)=2\left(3x^2-4x+1\right).\left(3x^2-4x+1\right)'$ $y=2\left(3x^2-4x+1\right).\left(6x-4\right)$.

$f'(2)=2\left(3.2^2-4.2+1\right)\left(6.2-4\right)=80$.

Cách 1: Áp dụng MTCT

Quy trình bấm phím

qy(3Q)dp4Q)+1)d$2=



Chọn phương án B.

Câu 386: Đạo hàm của hàm số $y=\tan 3x$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{3x}{\cos^2 3x}$. **B.** $\dfrac{3}{\cos^2 3x}$. **C.** $-\dfrac{3}{\cos^2 3x}$. **D.** $-\dfrac{3}{\sin^2 3x}$.

Hướng dẫn giải:

Áp dụng công thức: $\left(\tan u\right)'=\dfrac{u'}{\cos^2 u}$.

Ta có: $\left(\tan 3x\right)'=\dfrac{\left(3x\right)'}{\cos^2 3x}=\dfrac{3}{\cos^2 3x}$.

Chọn phương án B.

Câu 387: Đạo hàm của hàm số $y=\tan 2x$ tại $x=0$ là số nào sau đây?

A. -2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải:

Cách 1: Phương pháp tự luận

Áp dụng công thức: $\left(\tan u\right)'=\dfrac{u'}{\cos^2 u}$.

Ta có: $y'=\left(\tan 2x\right)'=\dfrac{\left(2x\right)'}{\cos^2 2x}=\dfrac{2}{\cos^2 2x}$ $\Rightarrow y'\left(0\right)=\dfrac{2}{\cos^2\left(2.0\right)}=2$.

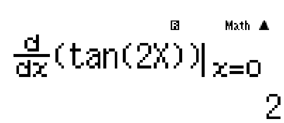
Chọn phương án D.

Cách 2: Sử dụng MTCT

Chuyển qua chế độ Radian qw4

Quy trình bấm phím

qyl2Q))$0=



Câu 388: Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{\cos x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{\cos x}{2\sqrt{\cos x}}$. **B.** $\dfrac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$. **C.** $-\dfrac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$. **D.** $-\dfrac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$.

Hướng dẫn giải:

Áp dụng công thức: $\left(\sqrt{u}\right)' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$.

Ta có: $\left(\sqrt{\cos x}\right)' = \dfrac{(\cos x)'}{2\sqrt{\cos x}} = \dfrac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$.

Chọn phương án C.

Câu 389: Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\cos 2x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$. **B.** $-\dfrac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$. **C.** $\dfrac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$. **D.** $-\dfrac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos x}}$.

Hướng dẫn giải:

Áp dụng công thức: $\left(\sqrt{u}\right)' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$.

Ta có: $\left(\sqrt{\cos 2x}\right)' = \dfrac{(\cos 2x)'}{2\sqrt{\cos 2x}} = \dfrac{-2\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}} = \dfrac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$.

Chọn phương án B.

Câu 390: Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\sin x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$. **B.** $-\dfrac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$. **C.** $\dfrac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}$. **D.** $\dfrac{1}{2\sqrt{\sin x}}$.

Hướng dẫn giải:

Áp dụng công thức: $\left(\sqrt{u}\right)' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$.

Ta có: $\left(\sqrt{\sin x}\right)' = \dfrac{(\sin x)'}{2\sqrt{\sin x}} = \dfrac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$.

Chọn phương án A.

Câu 391: Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\sin 3x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$. **B.** $\dfrac{3\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$. **C.** $-\dfrac{3\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$. **D.** $\dfrac{-\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$.

Hướng dẫn giải:

Áp dụng công thức: $\left(\sqrt{u}\right)' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$.

Ta có: $\left(\sqrt{\sin 3x}\right)' = \dfrac{(\sin 3x)'}{2\sqrt{\sin 3x}} = \dfrac{3\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$.

Chọn phương án B.

Câu 392: Đạo hàm của hàm số $y = \tan 5x$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{1}{\cos^2 5x}$. **B.** $\dfrac{-5}{\sin^2 5x}$. **C.** $\dfrac{-3}{\cos^2 5x}$. **D.** $\dfrac{5}{\cos^2 5x}$.

Hướng dẫn giải:

Áp dụng công thức: $(\tan u)' = \dfrac{u'}{\cos^2 u}$.

Ta có: $y'=\left(\tan 5x\right)'=\dfrac{(5x)'}{\cos^2 5x}=\dfrac{5}{\cos^2 2x}$.

Chọn phương án D.

Câu 393: Đạo hàm của hàm số $y=\tan 3x$ tại $x=0$ có giá trị là bao nhiêu?

A. -3. **B.** 0. **C.** 3. **D.** Không xác định.

Hướng dẫn giải:

Cách 1: Áp dụng công thức: $\left(\tan u\right)'=\dfrac{u'}{\cos^2 u}$.

Ta có: $y'=\left(\tan 3x\right)'=\dfrac{(3x)'}{\cos^2 3x}=\dfrac{3}{\cos^2 3x}\Rightarrow y'(0)=\dfrac{3}{\cos^2(3.0)}=3$.

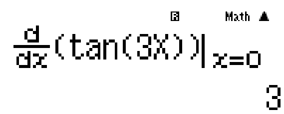
Chọn phương án C.

Cách 2: Sử dụng MTCT

Chuyển qua chế độ Radian qw4

Quy trình bấm phím

qyl3Q))$0=



Câu 394: Đạo hàm của hàm số $y=\tan^2 5x$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $2\tan 5x$. **B.** $\dfrac{10\sin 5x}{\cos^3 5x}$. **C.** $\dfrac{-10\sin 5x}{\cos^3 5x}$. **D.** $\dfrac{5\sin 5x}{\cos^3 5x}$.

Hướng dẫn giải:

Áp dụng công thức: $\left(u^2\right)'=2u.u'$.

Ta có: $y'=\left(\tan^2 5x\right)'=2\tan 5x.\left(\tan 5x\right)'=2\tan 5x.\dfrac{5}{\cos^2 5x}=\dfrac{10\tan 5x}{\cos^2 5x}=\dfrac{10\sin 5x}{\cos^3 5x}$.

Chọn phương án B.

Câu 395: Hàm số nào sau đây có đạo hàm $y'=x\sin x$?

A. $x\cos x$. **B.** $\sin x-x\cos x$. **C.** $\sin x-\cos x$. **D.** $x\cos x-\sin x$.

Hướng dẫn giải:

$\left(x.\cos x\right)'=x'.\cos x+x.\left(\cos x\right)'=\cos x-x\sin x\Rightarrow$ loại đáp án A

$\left(\sin x-x\cos x\right)'=\cos x-\left(\cos x-x\sin x\right)=x\sin x\Rightarrow$ chọn phương án B

Chọn phương án B.

Câu 396: Đạo hàm của hàm số $y=\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-3x\right)$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\sin\left(\dfrac{\pi}{3}-3x\right)$. **B.** $-\sin\left(\dfrac{\pi}{3}-3x\right)$. **C.** $-3\sin\left(\dfrac{\pi}{3}-3x\right)$. **D.** $3\sin\left(\dfrac{\pi}{3}-3x\right)$.

Hướng dẫn giải:

Áp dụng công thức: $\left(\cos u\right)'=-u'\sin u$

Ta có: $\left[\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-3x\right)\right]'=-\left(\dfrac{\pi}{3}-3x\right)'.\sin\left(\dfrac{\pi}{3}-3x\right)=3\sin\left(\dfrac{\pi}{3}-3x\right)$.

Chọn phương án D.

Câu 397: Đạo hàm của hàm số $y=\sin\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)$. **B.** $-\cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)$. **C.** $-2\cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)$. **D.** $2\cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)$.

Hướng dẫn giải:

Áp dụng công thức: $(\sin u)'=u'\cos u$

Ta có: $\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)\right]'=\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)'.\cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)=-2\cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)$.

Chọn phương án C.

Câu 398: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\left(3-x^2\right)^{10}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $10x\left(3-x^2\right)^9$. **B.** $10\left(3-x^2\right)^9$. **C.** $20x\left(3-x^2\right)^9$. **D.** $-20x\left(3-x^2\right)^9$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\left[\left(3-x^2\right)^{10}\right]'=10\left(3-x^2\right)^9.\left(3-x^2\right)'=-20x\left(3-x^2\right)^9$

Chọn phương án D.

Câu 399: Đạo hàm số của hàm số $y=2\sin 2x+\cos 2x$ bằng biểu thức nào nào sau đây?

A. $4\cos 2x-2\sin 2x$. **B.** $4\cos 2x+2\sin 2x$. **C.** $2\cos 2x-2\sin 2x$. **D.** $-4\cos 2x-2\sin 2x$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $(2\sin 2x+\cos 2x)'=2(\sin 2x)'+(\cos 2x)'=4\cos 2x-2\sin 2x$

Chọn phương án A.

Câu 400: Đạo hàm số của hàm số $y=\sin 3x+4\cos 2x$ bằng biểu thức nào nào sau đây?

A. $\cos 3x+4\sin 2x$. **B.** $3\cos 3x-4\sin 2x$. **C.** $3\cos 3x-8\sin 2x$. **D.** $3\cos 3x+8\sin 2x$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $(\sin 3x+4\cos 2x)'=(\sin 3x)'+4(\cos 2x)'=3\cos 3x-8\sin 2x$

Chọn phương án C.

Câu 401: Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{\sin 5x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{-5\cos 5x}{2\sqrt{\sin 5x}}$. **B.** $\frac{5\cos 5x}{\sqrt{\sin 5x}}$. **C.** $\frac{\cos 5x}{2\sqrt{\sin 5x}}$. **D.** $\frac{5\cos 5x}{2\sqrt{\sin 5x}}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Ta có: $y'=\frac{(\sin 5x)'}{2\sqrt{\sin 5x}}=\frac{(5x)'\cos 5x}{2\sqrt{\sin 5x}}=\frac{5\cos 5x}{2\sqrt{\sin 5x}}$.

Câu 402: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{\cos 4x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-\frac{2\sin 4x}{\sqrt{\cos 4x}}$. **B.** $-\frac{2\cos 4x}{\sqrt{\cos 4x}}$. **C.** $-\frac{\sin 4x}{2\sqrt{\cos 4x}}$. **D.** $\frac{2\sin 4x}{\sqrt{\cos 4x}}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Ta có: $f'(x)=\frac{(\cos 4x)'}{2\sqrt{\cos 4x}}=\frac{-\sin 4x.(4x)'}{2\sqrt{\cos 4x}}=-\frac{4\sin 4x}{2\sqrt{\cos 4x}}=-\frac{2\sin 4x}{2\sqrt{\cos 4x}}$.

Câu 403: Cho $f(x)=\cos^2 x-\sin^2 x$. Biểu thức $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ có giá trị là bao nhiêu?

A. -2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Ta có: $f'(x) = 2\cos x(\cos x)' - 2\sin x(\sin x)'$

$= -2\cos x\sin x - 2\sin x\cos x = -4\sin x\cos x = -2\sin 2x.$

$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2\sin 2\frac{\pi}{4} = -2\sin\frac{\pi}{2} = -2.$

Câu 404: Cho $f(x) = \sqrt{\sin 2x}$. Biểu thức $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ có giá trị là bao nhiêu?

A. 1. **B.** 0. **C.** -1. **D.** Không xác định.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Ta có: $f'(x) = \left(\sqrt{\sin 2x}\right)' = \frac{(\sin 2x)'}{2\sqrt{\sin 2x}} = \frac{\cos 2x.(2x)'}{2\sqrt{\sin 2x}} = \frac{2\cos 2x}{2\sqrt{\sin 2x}} = \frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin 2x}}.$

$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\cos\frac{\pi}{2}}{\sqrt{\sin\frac{\pi}{2}}} = 0.$

Câu 405: Đạo hàm số của hàm số $y = \cos^3 4x$ bằng biểu thức nào nào sau đây?

A. $3\sin^2 4x$. **B.** $3\cos^2 4x$.

C. $-12\cos^2 4x.\sin 4x$. **D.** $-3\cos^2 4x.\sin 4x$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Ta có: $y' = 3\cos^2 4x.(\cos 4x)' = -3\cos^2 4x\sin 4x(4x)' = -12\cos^2 4x.\sin 4x.$

Câu 406: Đạo hàm số của hàm số $y = \sin^2 3x$ bằng biểu thức nào nào sau đây?

A. $6\sin 6x$. **B.** $3\sin 6x$. **C.** $\sin 6x$. **D.** $2\sin 3x$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Ta có: $y' = 2\sin 3x(\sin 3x)' = 2\sin 3x\cos 3x(3x)' = 6\sin 3x\cos 3x = 3\sin 6x.$

Câu 407: Đạo hàm số của hàm số $f(x) = \sin 3x + \cos 2x$ bằng biểu thức nào nào sau đây?

A. $\cos 3x + \sin 2x$. **B.** $\cos 3x - \sin 2x$.

C. $3\cos 3x - 2\sin 2x$. **D.** $-3\cos 3x + 2\sin 2x$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Ta có: $f'(x) = \cos 3x(3x)' - \sin 2x(2x)' = 3\cos 3x - 2\sin 2x.$

Câu 408: Cho $f(x) = \tan 4x$. Giá trị $f'(0)$ bằng số nào sau đây?

A. -4 **B.** -1. **C.** 1. **D.** 4.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Ta có: $f'(x) = (\tan 4x)' = (1 + \tan^2 4x)(4x)' = 4(1 + \tan^2 4x) \Rightarrow f'(0) = 4.$

Câu 409: Đạo hàm của hàm số $y = \cot 2x$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{-1}{\sin^2 2x}$. **B.** $\frac{-2}{\sin^2 2x}$. **C.** $\frac{-2}{\cos^2 2x}$. **D.** $\frac{2}{\cos^2 2x}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Ta có: $y' = -\dfrac{1}{\sin^2 2x}(2x)' = -\dfrac{2}{\sin^2 2x}$.

Câu 410: Đạo hàm của hàm số $y = \cot^4 2x$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{-8\cos^3 2x}{\sin^5 2x}$. **B.** $\dfrac{-8\cos^3 2x}{\sin^6 2x}$. **C.** $\dfrac{-8\cos^3 2x}{\sin^2 2x}$. **D.** $\dfrac{-4\cos^3 2x}{\sin^5 2x}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Ta có: $y' = 4\cot^3 2x.(\cot 2x)' = 4\cot^3 2x\left(-\dfrac{1}{\sin^2 2x}\right)(2x)'$

$$= -8\frac{\cos^3 2x}{\sin^3 2x}.\frac{1}{\sin^2 2x} = \frac{-8\cos^3 2x}{\sin^5 2x}.$$

Câu 411: Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\cot x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{1}{2\sqrt{\cot x}}$. **B.** $-\dfrac{\sin x}{2\sqrt{\cot x}}$. **C.** $\dfrac{-1}{\sin^2 x\sqrt{\cot x}}$. **D.** $\dfrac{-1}{2\sin^2 x\sqrt{\cot x}}$.

Hướng dẫn giải.

Ta có : $y' = \dfrac{(\cot x)'}{2\sqrt{\cot x}} = -\dfrac{1}{2\sin^2 x\sqrt{\cot x}}$

Chọn đáp án D

Câu 412: Cho $f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x$ và $g(x) = 3\sin^2 x.\cos^2 x$. Tổng $f'(x) + g'(x)$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $6(\sin^5 x + \cos^5 x + \sin x.\cos x)$. **B.** $6(\sin^5 x - \cos^5 x - \sin x.\cos x)$.

C. 6. **D.** 0.

Hướng dẫn giải.

Ta có:

$f'(x) = 6\sin^5 x.\cos x + 6\cos^5 x.(-\sin x) = 6\sin^5 x.\cos x - 6\cos^5 x.\sin x$

$g'(x) = \left(\dfrac{3}{4}.\sin^2 2x\right)' = \dfrac{3}{2}\sin 2x.2.\cos 2x$

Suy ra:

$f'(x) + g'(x) = 6.\sin x.\cos x\left(\sin^2 x - \cos^2 x\right)\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right) + 6\sin x.\cos x.\left(\cos^2 x - \sin^2 x\right)$

$\Leftrightarrow -6\sin x.\cos x.\left(\cos^2 x - \sin^2 x\right) + 6\sin x.\cos x.\left(\cos^2 x - \sin^2 x\right) = 0$

Chọn đáp án D

Câu 413: Cho f là hàm số liên tục tại x_0. Đạo hàm của f tại x_0 là:

A. $f(x_0)$.

B. $\dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$.

C. $\lim\limits_{h \to 0}\dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ (nếu tồn tại giới hạn) .

D. $\lim\limits_{h \to 0}\dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{h}$ (nếu tồn tại giới hạn).

Hướng dẫn giải.

Chọn đáp án C theo định nghĩa

Câu 414: Cho f là hàm xác định trên $\mathbb{R}$ định bởi $f(x)=x^2$ và $x_0\in\mathbb{R}$. Chọn câu đúng:

A. $f'(x_0)=x_0$.　　**B.** $f'(x_0)=x_0^2$.

C. $f'(x_0)=2x_0$.　　**D.** $f'(x_0)$ không tồn tại.

Hướng dẫn giải.

Ta có: $f'(x)=2.x \Rightarrow f'(x_0)=2.x_0$

Chọn đáp án C

Câu 415: Cho f là hàm xác định trên $(0;+\infty)$ định bởi $f(x)=\dfrac{1}{x}$. Đạo hàm của f tại $x_0=\sqrt{2}$ là:

A. $\dfrac{1}{2}$.　　**B.** $-\dfrac{1}{2}$.　　**C.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.　　**D.** $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{-1}{x^2}\Rightarrow f'(\sqrt{2})=\dfrac{-1}{2}$

Chọn đáp án B

Câu 416: Cho hàm f xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x)=\sqrt{x^2}$. Giá trị $f'(0)$ bằng:

A. 0　　**B.** 2　　**C.** 1　　**D.** Không tồn tại

Hướng dẫn giải.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2}}=\dfrac{x}{\sqrt{x^2}}$

Suy ra $f'(0)$ không tồn tại

Chọn đáp án D

Câu 417: Cho hàm f xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x)=2x^3+1$. Giá trị $f'(-1)$ bằng:

A. 6.　　**B.** -6.　　**C.** -2.　　**D.** 3.

Hướng dẫn giải.

Ta có: $f'(x)=6x^2\Rightarrow f'(-1)=6$

Chọn đáp án A

Câu 418: Cho hàm f xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x)=\sqrt[3]{x}$. Giá trị $f'(-8)$ bằng:

A. $\dfrac{1}{12}$.　　**B.** $-\dfrac{1}{12}$.　　**C.** $\dfrac{1}{6}$.　　**D.** $-\dfrac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải.

Ta có: $f'(x)=\left(x^{\frac{1}{3}}\right)'=\dfrac{1}{3}.x^{-\frac{2}{3}}\Rightarrow f'(-8)=\dfrac{1}{12}$

Chọn đáp án A

Câu 419: Cho hàm f xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ bởi $f(x)=\dfrac{2x}{x-1}$. Giá trị $f'(-1)$ bằng:

A. $\dfrac{1}{2}$.　　**B.** $-\dfrac{1}{2}$.　　**C.** -2.　　**D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{2(x-1)-2x}{(x-1)^2}=\dfrac{-2}{(x-1)^2}\Rightarrow f'(-1)=-\dfrac{2}{4}=-\dfrac{1}{2}$

Chọn đáp án B

Câu 420: Cho hàm số f xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & \text{khi } x\neq 0\\ 0 & \text{khi } x=0\end{cases}$. Giá trị $f'(0)$ bằng:

A. 0. **B.** 1. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải.

Ta có: Với $x=0$ thì $f(x)=0$

Khi đó: $f'(0)=0$

Chọn đáp án A

Câu 421: Cho hàm số f xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & \text{khi } x\neq 0\\ 0 & \text{khi } x=0\end{cases}$. Giá trị $f'(0)$ bằng:

A.0. **B.**1. **C.**$\dfrac{1}{2}$. **D.**Không tồn tại.

Hướng dẫn giải

$$\frac{f(x)-f(0)}{x}=\frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2}=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+1}$$

Cho $x\to 0$ ta được $f'(0)=\dfrac{1}{2}$ nên chọn C.

Câu 422: Cho hàm số f xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ bởi $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-4x^2+3x}{x^2-3x+2} & \text{khi } x\neq 1\\ 0 & \text{khi } x=1\end{cases}$. Giá trị $f'(1)$ bằng:

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải

$$\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\frac{x^3-4x^2+3x}{(x-1)(x^2-3x+2)}=\frac{x(x-3)}{(x-1)(x-2)}$$

Cho $x\to 1$ ta được $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$ không tồn tại nên chọn D.

Câu 423: Xét hai mệnh đề:

(I) f có đạo hàm tại x_0 thì f liên tục tại x_0

(II) f liên tục tại x_0 thì f có đạo hàm tại x_0

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ mệnh đề (I). **B.** Chỉ mệnh đề (II). **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải

Mệnh đề (II) sai vì f có thể liên tục mà không có đạo hàm.

Chọn A.

Câu 424: Cho hàm f xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x)=ax+b$ với a, b là hai số thực. Chọn câu đúng:

A. $f'(x)=a$. **B.** $f'(x)=-a$. **C.** $f'(x)=b$. **D.** $f'(x)=-b$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 425: Cho hàm f xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x)=-2x^2+3x$. Đạo hàm của hàm số này là:

A. $f'(x)=-4x-3$. **B.** $f'(x)=-4x+3$. **C.** $f'(x)=4x+3$. **D.** $f'(x)=4x-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Câu 426: Cho hàm f xác định trên $[0;+\infty)$ bởi $f(x)=x\sqrt{x}$. Đạo hàm của hàm số này là:

A. $f'(x)=\frac{1}{2}\sqrt{x}$. **B.** $f'(x)=\frac{3}{2}\sqrt{x}$. **C.** $f'(x)=\frac{1}{2}\frac{\sqrt{x}}{x}$. **D.** $f'(x)=\sqrt{x}+\frac{\sqrt{x}}{2}$.

Hướng dẫn giải

$f'(x)=1.\sqrt{x}+x.\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{3}{2}\sqrt{x}$ nên chọn B.

Câu 427: Cho hàm số $f(x)=k\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}$ $(k\in\mathbb{R})$. Để $f'(1)=\frac{3}{2}$ thì ta chọn:

A. $k=1$. **B.** $k=-3$. **C.** $k=3$. **D.** $k=\frac{9}{2}$.

Hướng dẫn giải

$f'(x)=\frac{k}{3\sqrt[3]{x^2}}+\frac{1}{2\sqrt{x}}\Rightarrow f'(1)=\frac{k}{3}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\Rightarrow k=3$ nên chọn C.

Câu 428: Cho hàm f xác định trên $(0;+\infty)$ cho bởi $f(x)=\left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$. Đạo hàm của f là:

A. $f'(x)=x+\frac{1}{x}-2$. **B.** $f'(x)=1-\frac{1}{x^2}$. **C.** $f'(x)=\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}$. **D.** $f'(x)=1+\frac{1}{x^2}$.

Hướng dẫn giải

$f'(x)=\left(x+\frac{1}{x}-2\right)'=1-\frac{1}{x^2}$ nên chọn B.

Câu 429: Cho hàm f xác định trên $(0;+\infty)$ cho bởi $f(x)=\left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3$. Đạo hàm của f là:

A. $f'(x)=\frac{3}{2}\left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{x\sqrt{x}}+\frac{1}{x^2\sqrt{x}}\right)$. **B.** $f'(x)=\frac{3}{2}\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x\sqrt{x}}+\frac{1}{x^2\sqrt{x}}\right)$.

C. $f'(x)=\frac{3}{2}\left(-\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x\sqrt{x}}-\frac{1}{x^2\sqrt{x}}\right)$. **D.** $f'(x)=x\sqrt{x}-3\sqrt{x}+\frac{3}{\sqrt{x}}-\frac{1}{x\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải

$f'(x)=\left(x\sqrt{x}-3\sqrt{x}+\frac{3}{\sqrt{x}}-\frac{1}{x\sqrt{x}}\right)'=\frac{3}{2}\left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{x\sqrt{x}}+\frac{1}{x^2\sqrt{x}}\right)$ nên chọn A.

Câu 430: Cho hai kết quả:

(I) $\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}\right)'=-\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x^3}-\frac{3}{x^4}$; (II) $\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}\right)'=-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^4}-\frac{1}{x^6}$

Hãy chọn câu đúng:

A. Chỉ (I) đúng. **B.** Chỉ (II) đúng. **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải

Sử dụng công thức $\frac{1}{x^n}=-\frac{1}{nx^{n+1}}$ ta được đáp án A.

Câu 431: Cho hàm f xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ bởi $f(x)=\frac{2x-1}{x+1}$. Đạo hàm của f là:

A. $f'(x)=\frac{2}{(x+2)^2}$. **B.** $f'(x)=\frac{3}{(x+2)^2}$. **C.** $f'(x)=\frac{1}{(x+2)^2}$. **D.** $f'(x)=\frac{-1}{(x+2)^2}$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng công thức $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)'=\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ ta được đáp án B.

Câu 432: Cho hàm f xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ bởi $f(x)=x+1-\frac{2}{x-1}$. Xét hai câu sau:

(I) $f'(x)=\frac{x^2-2x-1}{(x-1)^2}$ (II) $f'(x)>0,\ \forall x\neq 1$

Hãy chọn câu đúng:

A. Chỉ (I) đúng. **B.** Chỉ (II) đúng. **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải

Ta có: $f'(x)=1+\frac{2}{(x-1)^2}>0\quad \forall x\neq 1$ ta được đáp án B.

Câu 433: Cho hàm f xác định trên trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ bởi $f(x)=\frac{x^2+x-1}{x-1}$. Xét hai câu sau:

(I) $f'(x)=1-\frac{1}{(x-1)^2}$ (II) $f'(x)=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$

Hãy chọn câu đúng:

A. Chỉ (I) đúng. **B.** Chỉ (II) đúng. **C.** Cả hai đều sai. **D.** Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải

Ta có: $f'(x)=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}=1-\frac{1}{(x-1)^2}$ ta được đáp án D.

Câu 434: Cho hàm f xác định trên $[1;+\infty)$ bởi $f(x)=\sqrt{x-1}$. Giá trị $f'(1)$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 0. **C.** 1. **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{\sqrt{x-1}}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{1}{\sqrt{x-1}}=+\infty$ nên ta được đáp án D.

Câu 435: Cho hàm f xác định trên $(1;+\infty)$ bởi $f(x)=\sqrt{x-1}+\frac{1}{\sqrt{x-1}}$. Để tính đạo hàm của hàm số này, hai học sinh lập luận theo hai cách:

(I) $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x-1}}\Rightarrow f'(x)=\frac{x-2}{2(x-1)\sqrt{x-1}}$

(II) $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x-1}}-\frac{1}{2(x-1)\sqrt{x-1}}=\frac{x-2}{2(x-1)\sqrt{x-1}}$

Cách nào đúng:

A. Chỉ (I) đúng. **B.** Chỉ (II) đúng. **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Câu 436: Cho hàm số f xác định trên $\mathbb{R}^*$ cho bởi $f(x)=-1+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$. Đạo hàm của hàm số này là:

A. $f'(x)=-\frac{1}{3}x\sqrt[3]{x}$. **B.** $f'(x)=\frac{1}{3}x\sqrt[3]{x}$. **C.** $f'(x)=-\frac{1}{3x\sqrt[3]{x}}$. **D.** $f'(x)=-\frac{1}{3x\sqrt[3]{x^2}}$.

Câu 437: Gọi (P) là đồ thị hàm số $y=2x^2-x+3$. Phương trình tiếp tuyến với (P) tại giao điểm của (P) với trục tung là:

A. $y=-x+3$. **B.** $y=-x-3$. **C.** $y=4x-1$. **D.** $y=11x+3$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=4x-1$, giao điểm của (P) và Oy là $M(0;\ 3)$, $y'(0)=-1$.

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y-3=-x \Leftrightarrow y=-x+3$ nên ta được đáp án A.

Câu 438: Gọi (H) là đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x}$. Phương trình tiếp tuyến với (H) tại điểm mà (H) cắt hai trục tọa độ là:

A. $y=-x+1$. **B.** $y=x-1$.

C. $y=x+1$. **D.** $y=x-1$ hoặc $y=x+1$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=\dfrac{1}{x^2}$, giao điểm của (H) và Ox là $M(1;\ 0)$, $y'(1)=1$.

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y=x-1$ nên ta được đáp án B.

Câu 439: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2-2x-1}{x-2}$ có đồ thị (H). Đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: y=2x-1$ và tiếp xúc với (H) thì tọa độ tiếp điểm là:

A. $M_0(3;2)$. **B.** $M_0(3;2)$ và $M_1(1;2)$.

C. $M_0(2;3)$. **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y' =\dfrac{x^2-4x+5}{(x-2)^2}$.

Đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: y=2x-1$ suy ra $\Delta: y=2x+b \quad (b\neq -1)$

Δ tiếp xúc với *(H)* $\Leftrightarrow \begin{cases} 2=\dfrac{x^2-4x+5}{(x-2)^2} \\ 2x+b=\dfrac{x^2-2x-1}{x-2} \end{cases}$ có nghiệm.

Từ phương trình đầu ta suy ra được $x=3 \vee x=1$ thế vào *(H)*

Ta được đáp án B.

Câu 440: Cho hàm số $y=f(x)=2-\dfrac{4}{x}$ có đồ thị *(H)*. Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $d: y=-x+2$ và tiếp xúc với *(H)* thì phương trình của Δ là:

A. $y=x+4$. **B.** $y=x+4$ hoặc $y=x-2$.

C. $y=x-2$ hoặc $y=x+6$. **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải

Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $d: y=-x+2$ suy ra $\Delta: y=x+b$

Δ tiếp xúc với *(H)* $\Leftrightarrow \begin{cases} 1=\dfrac{4}{x^2} \\ x+b=2-\dfrac{4}{x} \end{cases}$ có nghiệm.

Từ phương trình đầu ta suy ra được $x=2 \vee x=-2 \Rightarrow b=-2 \vee b=6$

Ta được đáp án C.

Câu 441: Đạo hàm của hàm số $f(x)=(x+2)(x-3)$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $2x+5$. **B.** $2x-7$. **C.** $2x-1$. **D.** $2x-5$.

Hướng dẫn giải.

Ta có: $f(x)=x^2-x-6 \Rightarrow f'(x)=2x-1$.

Chọn đáp án: C

Câu 442: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-3}{2x-1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-\dfrac{12}{(2x-1)^2}$. **B.** $-\dfrac{8}{(2x-1)^2}$. **C.** $-\dfrac{4}{(2x-1)^2}$. **D.** $\dfrac{4}{(2x-1)^2}$.

Hướng dẫn giải.

Sử dụng công thức đạo hàm của thương.

Hoặc ghi nhớ kết quả: Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}(ad-bc\neq 0;c\neq 0)$ có đạo hàm là $y'=\dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

Từ đó tính được: $f'(x)=\dfrac{4}{(2x-1)^2}$.

Chọn đáp án: D

Câu 443: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x+4}{2x-1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-\dfrac{7}{(2x-1)^2}$. **B.** $\dfrac{7}{(2x-1)^2}$. **C.** $-\dfrac{9}{(2x-1)^2}$. **D.** $\dfrac{9}{(2x-1)^2}$.

Hướng dẫn giải.

Ta có: $f'(x)=-\dfrac{9}{(2x-1)^2}$.

Chọn đáp án: C

Câu 444: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x+4}{2-5x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-\dfrac{18}{(2-5x)^2}$. **B.** $-\dfrac{13}{(2-5x)^2}$. **C.** $\dfrac{3}{(2-5x)^2}$. **D.** $\dfrac{22}{(2-5x)^2}$.

Hướng dẫn giải.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{22}{(2-5x)^2}$.

Chọn đáp án: D.

Câu 445: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2-3x}{2x+1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-\dfrac{7}{(2x+1)^2}$. **B.** $-\dfrac{4}{(2x+1)^2}$. **C.** $\dfrac{8}{(2x+1)^2}$. **D.** $\dfrac{1}{(2x+1)^2}$.

Hướng dẫn giải.

Ta có: $f'(x)=-\dfrac{7}{(2x+1)^2}$.

Chọn đáp án: A.

Câu 446: Hàm số nào sau đây có đạo hàm luôn dương với mọi giá trị thuộc tập xác định của hàm số đó?

A. $y=\frac{3x+2}{5x+1}$. **B.** $y=\frac{3x-2}{5x+1}$. **C.** $y=\frac{-x-2}{2x-1}$. **D.** $y=\frac{-x+2}{x+1}$.

Hướng dẫn giải.

Nhận xét $y=\frac{ax+b}{cx+d}\Rightarrow y'=\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}>0\forall x\neq-\frac{d}{c}\Leftrightarrow ad-bc>0$.

Ta kiểm tra dấu $ad-bc$ của từng hàm trong từng đáp án.

Đáp án A: $ad-bc=-7<0$ (loại).

Đáp án B: $ad-bc=13>0$ (nhận).

Chọn đáp án: B.

Câu 447: Hàm số nào sau đây có đạo hàm luôn âm với mọi giá trị thuộc tập xác định của hàm số đó?

A. $y=\frac{-x-2}{x+1}$. **B.** $y=\frac{x-2}{x+1}$. **C.** $y=\frac{2x-3}{x-1}$. **D.** $y=\frac{3x+2}{x-1}$.

Hướng dẫn giải.

Tương tự câu 446.

Đáp án A: $ad-bc=1>0$ (loại).

Đáp án B: $ad-bc=3>0$ (loại).

Đáp án C: $ad-bc=1>0$ (loại).

Chọn đáp án: D

Câu 448: Nếu $f(x)=\sqrt{x^2+2x+3}$ thì $f''(x)$ là biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{x+1}{\left(x^2+2x+3\right)\sqrt{x^2+2x+3}}$. **B.** $\frac{2}{\left(x^2+2x+3\right)\sqrt{x^2+2x+3}}$.

C. $\frac{-2}{\left(x^2+2x+3\right)\sqrt{x^2+2x+3}}$. **D.** $\frac{x-1}{\left(x^2+2x+3\right)}$.

Hướng dẫn giải.

Ta có: $f'(x)=\frac{\left(x^2+2x+3\right)'}{2\sqrt{x^2+2x+3}}=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+3}}$.

$$\Rightarrow f''(x)=\frac{(x+1)'.\sqrt{x^2+2x+3}-(x+1).\left(\sqrt{x^2+2x+3}\right)'}{\left(x^2+2x+3\right)}$$

$$\Rightarrow f''(x)=\frac{\sqrt{x^2+2x+3}-\frac{(x+1)^2}{\sqrt{x^2+2x+3}}}{x^2+2x+3}=\frac{2}{\left(x^2+2x+3\right).\sqrt{x^2+2x+3}}.$$

Chọn đáp án: B.

Câu 449: Nếu $f(x)=\frac{2-x}{3x+1}$ thì $f''(x)$ là biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{42}{(3x+1)^2}$. **B.** $\frac{2x-1}{(3x+1)^3}$. **C.** $\frac{42}{(3x+1)^3}$. **D.** $-\frac{42}{(3x+1)^3}$.

Hướng dẫn giải.

Ta có: $f'(x)=-\frac{7}{(3x+1)^2}\Rightarrow f''(x)=7.\frac{2(3x+1).(3x+1)'}{(3x+1)^4}=\frac{42}{(3x+1)^3}$.

Chọn đáp án: C.

Câu 450: Nếu $f(x)=x^2\cos\frac{1}{x}$ thì $f'(x)$ là biểu thức nào dưới đây?

A. $2x\cos\frac{1}{x}-x^2\sin\frac{1}{x}$. **B.** $-2x\sin\frac{1}{x}$. **C.** $2x\cos\frac{1}{x}+\sin\frac{1}{x}$. **D.** $\sin\frac{1}{x}$.

Hướng dẫn giải.

Ta có: $f'(x)=\left(x^2\right)'.\cos\frac{1}{x}+x^2.\left(\cos\frac{1}{x}\right)'=2x.\cos\frac{1}{x}+x^2.\left(-\sin\frac{1}{x}\right).\left(\frac{1}{x}\right)'$.

$=2x.\cos\frac{1}{x}+\sin\frac{1}{x}$

Chọn đáp án: C.

Câu 451: Nếu $g(x)=\frac{1}{\sin 2x}$ thì $g'(x)$ là biểu thức nào sau đây?

A. $-\frac{2\cos 2x}{\sin^2 2x}$. **B.** $-\frac{2}{\sin^2 2x}$. **C.** $-\frac{\cos 2x}{\sin^2 2x}$. **D.** $\frac{1}{2\cos 2x}$.

Hướng dẫn giải.

Ta có: $g'(x)=\left(\frac{1}{\sin 2x}\right)'=-\frac{(\sin 2x)'}{\sin^2 2x}=-\frac{\cos 2x.(2x)'}{\sin^2 2x}=-\frac{2\cos 2x}{\sin^2 2x}$.

Chọn đáp án: A.

Câu 452: Nếu $h(x)=\frac{\cos x}{x^2}$ thì $h'(x)$ là biểu thức nào sau đây?

A. $-\frac{\sin x}{2x}$. **B.** $\frac{-x\sin x-2\cos x}{x^3}$. **C.** $\frac{-x\sin x+2\cos x}{x^3}$. **D.** $-\frac{2\sin x}{x^3}$

Hướng dẫn giải.

Ta có: $h'(x)=\frac{(\cos x)'.x^2-\cos x.\left(x^2\right)'}{x^4}=\frac{-x^2\sin x-2x.\cos x}{x^4}=\frac{-x\sin x-2\cos x}{x^3}$.

Chọn đáp án: B.

Câu 453: Nếu $k(x)=2\sin^3\sqrt{x}$ thì $k'(x)$ là biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{6}{\sqrt{x}}\sin^2\sqrt{x}\cos\sqrt{x}$. **B.** $6\sin^2\sqrt{x}\cos\sqrt{x}$.

C. $\frac{3}{\sqrt{x}}\sin^2\sqrt{x}\cos\sqrt{x}$. **D.** $\frac{\cos^3\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải.

Ta có: $k'(x)=2.\left(\sin^3\sqrt{x}\right)'=2.3\sin^2\sqrt{x}.\left(\sin\sqrt{x}\right)'$

$=6\sin^2\sqrt{x}.\cos\sqrt{x}.\left(\sqrt{x}\right)'=\frac{3}{\sqrt{x}}.\sin^2\sqrt{x}.\cos\sqrt{x}$.

Chọn đáp án: C.

Câu 454: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)=x^2-\frac{1}{x}$ tại điểm có hoành độ $x=-1$ là:

A. $y=-x+1$. **B.** $y=x-1$. **C.** $y=-x+2$. **D.** $y=2x+1$.

Hướng dẫn giải.

Ta có $f'(x)=2x+\frac{1}{x^2}$. Hệ số góc của tiếp tuyến là $f'(-1)=-1$.

Tiếp điểm là $M(-1;2)$ nên phương trình tiếp tuyến tại M là: $y-2=-1(x+1)\Leftrightarrow y=-x+1$.

Chọn đáp án: A.

Câu 455: Nếu $f(x)=(5x+1)(1-x)^3$ thì $f''(x)$ bằng:

A. $-15(1-x)^2$. **B.** $2(1-10x)(1-x)^2$. **C.** $5(6x+1)(1-x)^2$. **D.** $(5x-2)(1-x)^2$.

Hướng dẫn giải.

$$f'(x)=5(1-x)^3-3(5x+1)(1-x)^2$$

$$=(1-x)^2(5-5x-15x-3)=2(1-10x)(1-x)^2$$

Chọn đáp án: B

Câu 456: Nếu $y=\sin\dfrac{x}{2}$ thì $y^{(n)}$ bằng:

A. $\dfrac{1}{2^n}\sin\left(\dfrac{x}{2}+n\dfrac{\pi}{2}\right)$. **B.** $\sin\left(\dfrac{x}{2}+n\dfrac{\pi}{2}\right)$.

C. $2^n\sin\left(\dfrac{x}{2}+n\dfrac{\pi}{2}\right)$. **D.** $\dfrac{1}{2^n}\sin\left(\dfrac{x}{2}+n\pi\right)$.

Hướng dẫn giải.

$$y'=\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}=\frac{1}{2}\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{2}\right).$$

$$y''=\frac{1}{2^2}\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{2^2}\sin\left(\frac{x}{2}+2.\frac{\pi}{2}\right).$$

$$y'''=\frac{1}{2^3}\cos\left(\frac{x}{2}+3.\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{2^3}\sin\left(\frac{x}{2}+3.\frac{\pi}{2}\right).$$

…

$$y^{(n)}=\frac{1}{2^n}\sin\left(\frac{x}{2}+n\pi\right).$$

Chọn đáp án: D

Câu 457: Phương trình tiếp tuyến của parabol $y=x^2+x+3$ song song với đường thẳng $y=\dfrac{4}{3}-x$ là :

A. $y=x-2$. **B.** $y=1-x$. **C.** $y=2-x$. **D.** $y=3-x$.

Hướng dẫn giải.

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm. Ta có $y'(x_0)=-1\Leftrightarrow 2x_0+1=-1\Leftrightarrow x_0=-1$.

Tọa độ M là $M(-1;3)$. Phương trình tiếp tuyến $y=-(x+1)+3\Leftrightarrow y=-x+2$

Chọn đáp án: C

Câu 458: Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{3x+2}{2x-3}$ tại điểm có hoành độ $x_0=1$ có hệ số góc bằng bao nhiêu?

A. 13 **B.** -1. **C.** -5. **D.** -13.

Hướng dẫn giải.

$$y'=-\frac{13}{(2x-3)^2}$$

Hệ số góc tiếp tuyến tại M là $k=y'(1)=-13$.

Chọn đáp án: D

Câu 459: Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x+5}{x-2}$ tại điểm có hoành độ $x_0=3$ có hệ số góc bằng bao nhiêu?

A. 3 **B.** -3. **C.** -7. **D.** -10.

Hướng dẫn giải.

$y' = -\frac{7}{(x-2)^2}$

Hệ số góc tiếp tuyến tại M là $k = y'(3) = -7$.

Chọn đáp án: C

Câu 460: Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x+5}{x-3} + \sqrt{x}$ tại điểm $x = 1$ bằng bao nhiêu?

A. -3 **B.** 4. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** $\frac{-1}{2}$.

Hướng dẫn giải.

$y' = -\frac{14}{(x-3)^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$. Ta có $y'(1) = -\frac{14}{4} + \frac{1}{2} = -3$

Chọn đáp án: A

Câu 461: Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{x-3}{x+3} + \sqrt{4x}$ tại điểm $x = 1$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{-5}{8}$ **B.** $\frac{5}{8}$. **C.** $\frac{25}{16}$. **D.** $\frac{11}{8}$.

Hướng dẫn giải.

$y' = \frac{6}{(x+3)^2} + \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow y'(1) = \frac{6}{16} + 1 = \frac{11}{8}$.

Chọn đáp án: D

Câu 462: Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \sqrt{4x}$ tại điểm $x = 1$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{-1}{2}$ **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải.

$y' = \frac{2}{(x+1)^2} + \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow y'(1) = \frac{2}{4} + 1 = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án: D

Câu 463: Đạo hàm của hàm số $f(x) = x^4 + \sqrt{x} + 2$ tại điểm $x = 1$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{17}{2}$ **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{9}{4}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải.

$y' = 4x^3 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow y'(1) = 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$.

Chọn đáp án: B

Câu 464: Đạo hàm của hàm số $f(x) = x^3 + \sqrt{x} - 5$ tại điểm $x = 1$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{7}{2}$ **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $\frac{7}{4}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải.

$y' = 3x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow y'(1) = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$.

Chọn đáp án: A

Câu 465: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-\dfrac{x}{\left(x^2+1\right)^2}$. **B.** $\dfrac{2x}{\left(x^2+1\right)^2}$. **C.** $-\dfrac{2x}{\left(x^2+1\right)^2}$. **D.** $\dfrac{2x}{\left(x^2+1\right)^2}$.

Hướng dẫn:

$$f'\left(x\right)=-\frac{\left(x^2+1\right)'}{\left(x^2+1\right)^2}=-\frac{2x}{\left(x^2+1\right)^2}.$$

Chọn đáp án: C.

Câu 466: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{2x^2}{\left(x^2-1\right)^2}$. **B.** $\dfrac{-2x}{\left(x^2-1\right)^2}$. **C.** $-\dfrac{1}{\left(x^2-1\right)^2}$. **D.** $\dfrac{2x}{\left(x^2-1\right)^2}$.

Hướng dẫn giải.

$$f'\left(x\right)=-\frac{\left(x^2-1\right)'}{\left(x^2-1\right)^2}=-\frac{2x}{\left(x^2-1\right)^2}.$$

Chọn đáp án: B.

Câu 467: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{4x^2}{\left(x^2-1\right)^2}$. **B.** $\dfrac{4x}{\left(x^2-1\right)^2}$. **C.** $\dfrac{-2}{\left(x^2-1\right)^2}$. **D.** $\dfrac{-4x}{\left(x^2-1\right)^2}$.

Hướng dẫn giải

$$f'(x)=\frac{(x^2+1)'.(x^2-1)-(x^2-1)'.(x^2+1)}{(x^2-1)^2}=\frac{2x.(x^2-1)-2x.(x^2+1)}{(x^2-1)^2}=\frac{-4x}{(x^2-1)^2}$$

Chọn đáp án: D

Câu 468: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2-x^2}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{2x}{\left(2-x^2\right)^2}$. **B.** $-\dfrac{2x}{\left(2-x^2\right)^2}$. **C.** $-\dfrac{2}{\left(2-x^2\right)^2}$. **D.** $-\dfrac{1}{\left(2-x^2\right)^2}$.

Hướng dẫn giải

$$f'(x)=-\frac{(2-x^2)'}{(2-x^2)^2}=\frac{2x}{(2-x^2)^2}$$

Chọn đáp án: A

Câu 469: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{1-x^2}{2-x^2}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{2x}{\left(2-x^2\right)^2}$. **B.** $-\dfrac{2x}{\left(2-x^2\right)^2}$. **C.** $-\dfrac{2}{\left(2-x^2\right)^2}$. **D.** $-\dfrac{1}{\left(2-x^2\right)^2}$.

Hướng dẫn giải

$$y'=\frac{(1-x^2)'(2-x^2)-(2-x^2)'(1-x^2)}{(2-x^2)^2}=\frac{-2x(2-x^2)+2x(1-x^2)}{(2-x^2)^2}=\frac{-2x}{(2-x^2)^2}$$

Chọn đáp án: B

Câu 470: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{1}{x^2+x-1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{-(2x+1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$. **B.** $\dfrac{-2(x+1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$. **C.** $\dfrac{-(2x-1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$. **D.** $\dfrac{2(2x+1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$.

Hướng dẫn giải

$$y'=-\frac{\left(x^2+x-1\right)'}{\left(x^2+x-1\right)^2}=-\frac{2x+1}{\left(x^2+x-1\right)^2}$$

Chọn đáp án: A

Câu 471: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+1}{x^2+x-1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-\dfrac{2(2x-1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$. **B.** $-\dfrac{2(2x+2)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$. **C.** $-\dfrac{2(2x+1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$. **D.** $\dfrac{2(2x+1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$.

Hướng dẫn giải

$$y'=\left(\frac{x^2+x-1+2}{x^2+x-1}\right)'=\left(1+\frac{2}{x^2+x-1}\right)'=-\frac{2\left(x^2+x-1\right)'}{\left(x^2+x-1\right)^2}=-\frac{2(2x+1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$$

Chọn đáp án: C

Câu 472: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+3}{x^2+x-1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-\dfrac{2(2x+1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$. **B.** $-\dfrac{4(2x+1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$. **C.** $-\dfrac{4(2x-1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$. **D.** $-\dfrac{4(2x+4)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$.

Hướng dẫn giải

$$y'=\left(\frac{x^2+x-1+4}{x^2+x-1}\right)'=\left(1+\frac{4}{x^2+x-1}\right)'=-\frac{4\left(x^2+x-1\right)'}{\left(x^2+x-1\right)^2}=-\frac{4(2x+1)}{\left(x^2+x-1\right)^2}$$

Chọn đáp án: B

Câu 473: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{1}{2x^2+x+1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-\dfrac{(4x-1)}{\left(2x^2+x+1\right)^2}$. **B.** $\dfrac{4x+1}{\left(2x^2+x+1\right)^2}$. **C.** $-\dfrac{(4x+1)}{\left(2x^2+x+1\right)^2}$. **D.** $\dfrac{-1}{\left(2x^2+x+1\right)^2}$.

Hướng dẫn giải

$$y'=-\frac{\left(2x^2+x+1\right)'}{\left(2x^2+x+1\right)^2}=-\frac{4x+1}{\left(x^2+x-1\right)^2}$$

Chọn đáp án: C

Câu 474: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{2x^2+x+5}{2x^2+x+2}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-\dfrac{-3(4x-1)}{\left(2x^2+x+2\right)^2}$. **B.** $\dfrac{-3(4x+1)}{\left(2x^2+x+2\right)^2}$. **C.** $\dfrac{-3}{\left(2x^2+x+2\right)^2}$. **D.** $-\dfrac{-(4x+1)}{\left(2x^2+x+2\right)^2}$.

Hướng dẫn giải

$$y'=\left(\frac{2x^2+x+2+3}{2x^2+x+2}\right)'=\left(1+\frac{3}{2x^2+x+2}\right)'=-\frac{3\left(2x^2+x+2\right)'}{\left(2x^2+x+2\right)^2}=-\frac{3(4x+1)}{\left(2x^2+x+2\right)^2}$$

Chọn đáp án: B

Câu 475: Đạo hàm của hàm số $y=(x^3-x^2)^2$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $6x^5+4x^3$. **B.** $6x^5-10x^4+4x$. **C.** $6x^5-10x^4-4x^3$. **D.** $6x^5-10x^4+4x^3$.

Hướng dẫn giải

$y=(x^3-x^2)^2=x^6-2x^5+x^4\Rightarrow y'=6x^5-10x^4+4x^3$

Chọn đáp án: D

Câu 476: Đạo hàm của hàm số $y=(x^5-2x^2)^2$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $10x^9+16x^3$. **B.** $10x^9-14x^6+16x^3$.

C. $10x^9-28x^6+16x^3$. **D.** $10x^9-28x^6+8x^3$.

Hướng dẫn giải

$y=(x^5-2x^2)^2=x^{10}-4x^7+4x^4\Rightarrow y'=10x^9-28x^6+16x^3$

Chọn đáp án: C

Câu 477: Đạo hàm của hàm số $y=(x^3-x^2)^3$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $3(x^3-x^2)^2$. **B.** $3(x^3-x^2)^2(3x^2-2x)$.

C. $3(x^3-x^2)^2(3x^2-x)$. **D.** $3(x^3-x^2)(3x^2-2x)$.

Hướng dẫn giải

$y'=3(x^3-x^2)^2(x^3-x^2)'=3(3x^2-2x)(x^3-x^2)^2$

Chọn đáp án: B

Câu 478: Đạo hàm của hàm số $y=\left(x^3-x^2+x\right)^2$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $2\left(x^3-x^2+x\right)^2\left(3x^2-2x+1\right)$. **B.** $2\left(x^3-x^2+x\right)\left(3x^2-2x^2+x\right)$.

C. $2\left(x^3-x^2+x\right)\left(3x^2-2x\right)$. **D.** $2\left(x^3-x^2+x\right)\left(3x^2-2x+1\right)$.

Hướng dẫn giải

$y'=2\left(x^3-x^2+x\right).\left(x^3-x^2+x\right)'=2(3x^2-2x+1)\left(x^3-x^2+x\right)$

Chọn đáp án: D

Câu 479: Đạo hàm của hàm số $y=\left(\dfrac{2-3x}{2x+1}\right)^2$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{-14}{(2x+1)^2}.\dfrac{2-3x}{2x+1}$. **B.** $\dfrac{-4}{(2x+1)^2}.\dfrac{2-3x}{2x+1}$. **C.** $\dfrac{16}{(2x+1)^2}.\dfrac{2-3x}{2x+1}$. **D.** $2\left(\dfrac{2-3x}{2x+1}\right)$.

Hướng dẫn giải

$$y'=2\left(\frac{2-3x}{2x+1}\right).\left(\frac{2-3x}{2x+1}\right)'=2\left(\frac{2-3x}{2x+1}\right).\frac{-3(2x+1)-2(2-3x)}{(2x+1)^2}=-\frac{14}{(2x+1)^2}.\frac{2-3x}{2x+1}$$

Chọn đáp án: A

Câu 480: Đạo hàm của hàm số $y=(2x^2-x+1)^2$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $(4x-1)^2$. **B.** $2(2x^2-x+1)(4x^2-x)$.

C. $2(2x^2-x+1)^2(4x-1)$. **D.** $2(2x^2-x+1)(4x-1)$.

Hướng dẫn giải

$y'=2(2x^2-x+1).(2x^2-x+1)'=2(2x^2-x+1)(4x-1)$

Chọn đáp án: D

Câu 481: Để tính đạo hàm của $y=f(x)=\cos\left(x^2-\dfrac{\pi}{4}\right)$, một học sinh lập luận theo 4 bước sau:

A. Xét $u: x \mapsto u(x) = x^2 - \frac{\pi}{4}$; $v: x \mapsto v(u) = \cos u$.

B. Hàm số $y = f(x) = \cos\left(x^2 - \frac{\pi}{4}\right)$ là hàm hợp của hai hàm *u* và *v* (theo thứ tự đó).

C. Áp dụng công thức $f'(x) = v'(u).u'(x)$.

D. $f(x) = \sin u.2x = 2x\sin\left(x^2 - \frac{\pi}{4}\right)$.

Hỏi nếu sai thì sai tại bước nào?

Hướng dẫn giải

Sai bước $f(x) = \sin u.2x = 2x\sin\left(x^2 - \frac{\pi}{4}\right)$, vì $(\cos u)' = -\sin u.u'$

Chọn **D**

Câu 482: Cho hàm số $y = \cos 2x.\sin^2\frac{x}{2}$. Xét hai kết quả sau:

(I) $y' = -2\sin 2x\sin^2\frac{x}{2} + \sin x\cos 2x$ (II) $y' = 2\sin 2x\sin^2\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\sin x\cos 2x$

Hãy chọn kết quả đúng

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải

Ta có $\left(\cos 2x.\sin^2\frac{x}{2}\right)' = -2\sin 2x.\sin^2\frac{x}{2} + 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}.\frac{1}{2}\cos 2x =$

$-2\sin 2x.\sin^2\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\sin x\cos x$

Chọn **B**

Câu 483: Hàm số $y = \tan^2\frac{x}{2}$ có đạo hàm là

A. $y' = \dfrac{\tan\frac{x}{2}}{\cos^2\frac{x}{2}}$. **B.** $y' = \dfrac{2\sin\frac{x}{2}}{\cos^2\frac{x}{2}}$. **C.** $y' = \dfrac{\sin\frac{x}{2}}{2\cos^3\frac{x}{2}}$. **D.** $y' = \tan^3\frac{x}{2}$.

Hướng dẫn giải

$$y' = 2\tan\frac{x}{2}.\left(\tan\frac{x}{2}\right)' = \frac{\tan\frac{x}{2}}{\cos^2\frac{x}{2}}$$

Chọn **A**

Câu 484: Hàm số $y = \sqrt{\cot 2x}$ có đạo hàm là

A. $y' = \dfrac{1 + \cot^2 2x}{\sqrt{\cot 2x}}$.

B. $y' = \dfrac{-(1 + \cot^2 2x)}{\sqrt{\cot 2x}}$.

C. $y' = \dfrac{1 + \tan^2 2x}{\sqrt{\cot 2x}}$.

D. $y' = \dfrac{-(1 + \tan^2 2x)}{\sqrt{\cot 2x}}$.

Hướng dẫn giải

$$y' = \frac{(\cot 2x)'}{2\sqrt{\cot 2x}} = \frac{-2(1 + \cot^2 2x)}{2\sqrt{\cot 2x}} = \frac{-(1 + \cot^2 2x)}{\sqrt{\cot 2x}}$$

Chọn **B**

Câu 485: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\sin\sqrt{x}+\cos\sqrt{x}$. Giá trị $f'\left(\frac{\pi^2}{16}\right)$ bằng:

A. 0 .. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\frac{\pi}{2}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$.

Hướng dẫn giải

$$f'(x)=\frac{\cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}-\frac{\sin\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{2\sqrt{x}}\left(\cos\sqrt{x}-\sin\sqrt{x}\right)$$

$$f'\left(\frac{\pi^2}{16}\right)=\frac{2}{\pi}\left(\cos\frac{\pi}{4}-\sin\frac{\pi}{4}\right)=0$$

Chọn **A**

Câu 486: Cho hàm số $f\left(x\right)=\frac{2}{\cot\left(\pi x\right)}$, khi đó $f'\left(3\right)$ bằng:

A. 8 **B.** $\frac{8\pi}{3}$ **C.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ **D.** 2π

Hướng dẫn giải

Chọn **A B C D**

Câu 487: Xét hàm số $f\left(x\right)=\sqrt[3]{\cos 2x}$. Chọn câu **sai**:

A. $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=-1$. **B.** $f'\left(x\right)=\frac{-2\sin 2x}{3\sqrt[3]{\cos^2 2x}}$.

C. $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$. **D.** $3y^2.y'+2\sin 2x=0$.

Hướng dẫn giải

$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=-1$ nên câu A là đúng

Viết hàm số thành $f(x)=(\cos 2x)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow f'(x)=\frac{1}{3}(\cos 2x)^{-\frac{2}{3}}.(\cos 2x)'=\frac{-2\sin 2x}{3\sqrt[3]{\cos^2 2x}}$ nên câu B là đúng và $3y^2.y'+2\sin 2x=0$ nên câu D là đúng

$f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{-2\sin\pi}{3\sqrt[3]{\cos\pi}}=0 \Rightarrow$ câu C sai

Chọn **C**

Câu 488: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=-3x^4+4x^3+5x^2-2x+1$. Lấy đạo hàm cấp 1, 2, 3,... Hỏi đạo hàm đến cấp nào thì ta được kết quả triệt tiêu?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

$f(x)$ là đa thức bậc 3 $\Rightarrow$ đạo hàm đến cấp 3 sẽ "hết" x $\Rightarrow$ đạo hàm cấp 4 kết quả bằng 0

Chọn **C**

Câu 489: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\sin x$. Hãy chọn câu **sai**:

A. $y'=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$. **B.** $y''=\sin\left(x+\pi\right)$. **C.** $y'''=\sin\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)$. **D.** $y^{(4)}=\sin\left(2\pi-x\right)$.

Hướng dẫn giải

$y' = \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$; $y'' = \sin\left(x + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = \sin(x + \pi)$;

$y''' = \sin\left(x + \pi + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$, $y^{(4)} = \sin\left(x + \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = \sin(x + 2\pi) = \sin x$ còn

$\sin(2\pi - x) = \sin x \neq y^{(4)}$

Chọn **D**

Câu 490: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{1 - x}$. Đạo hàm cấp hai của f là

A. $y'' = 2 + \frac{1}{(1-x)^2}$. **B.** $y'' = \frac{2}{(1-x)^3}$. **C.** $y'' = \frac{-2}{(1-x)^3}$. **D.** $y'' = \frac{2}{(1-x)^4}$.

Hướng dẫn giải

$y = f(x) = \frac{-x^2 + x + 2}{x - 1} = -x + \frac{2}{x-1}$

$\Rightarrow y' = f'(x) = -1 - \frac{2}{(x-1)^2} < 0,\ \forall x \neq 1 \Rightarrow \text{(I) True}$ $y' = 2 + \frac{1}{(x-1)^2}$; $y'' = \frac{-2}{(x-1)^3} = \frac{2}{(1-x)^3}$

$\Rightarrow y'' = f'' = \frac{4}{(x-1)^3} > 0,\ \forall x > 1 \Rightarrow \text{(II) False}$

Chọn **B**

Câu 491: Cho hàm số $y = f(x) = -\frac{1}{x}$. Xét hai mệnh đề:

(I) $y'' = \frac{2}{x^3}$; (II) $y''' = -\frac{6}{x^4}$

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải

$y' = \frac{1}{x^2}$, $y'' = \frac{-2}{x^2}$, $y''' = \frac{6}{x^2}$

Chọn **D**

Câu 492: Xét hàm số $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$. Phương trình $f^{(4)}(x) = -8$ có nghiệm $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là

A. $x = \frac{\pi}{2}$ **B.** $x = 0,\ x = \frac{\pi}{6}$. **C.** $x = 0,\ x = \frac{\pi}{3}$. **D.** $x = 0,\ x = \frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải

$f'(x) = -2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$, $f''(x) = -4\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$, $f'''(x) = 8\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$,

$f^{(4)}(x) = 16\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

PT $f^{(4)}(x) = -8 \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right.$

Mà $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ nên chỉ có giá trị $x = \frac{\pi}{2}$ thoả mãn

Chọn **A**

Câu 493: Cho hàm số $y=\sin 2x$. Hãy chọn câu đúng

A. $4y-y''=0$. **B.** $4y+y''=0$. **C.** $y=y'\tan 2x$. **D.** $y^2+(y')^2=4$.

Hướng dẫn giải

$y'=2\cos 2x$, $y''=-4\sin 2x$

Xét $4y-y''=4\sin 2x+4\sin 2x \Rightarrow$ loại đáp án $4y-y''=0$

Xét $4y+y''=4\sin 2x-4\sin 2x=0 \Rightarrow$ chọn đáp án $4y+y''=0$

Xét $y'\tan 2x=2\cos 2x.\dfrac{\sin 2x}{\cos 2x}=2\sin 2x\neq y \Rightarrow$ loại đáp án $y=y'\tan 2x$

Xét $y^2+(y')^2=\sin^2 2x+4\cos^2 2x\neq 4 \Rightarrow$ loại đáp án $y^2+(y')^2=4$

Chọn **B**

Câu 494: Cho hàm số $y=\sqrt{x^2+1}$. Xét hai quan hệ:

(I) $y.y'=2x$ (II) $y^2.y''=y'$

Quan hệ nào đúng:

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải

$y'=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$, $y''=\dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

Xét $y.y'=\sqrt{x^2+1}.\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}=x \Rightarrow$ (I) sai

Xét $y^2.y''=(x^2+1).\dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}\neq y' \Rightarrow$ (II) sai

Chọn **D**

Câu 495: Cho hàm số $y=f(x)=(x-1)^2$. Biểu thức nào sau đây là vi phân của hàm số *f*?

A. $dy=2(x-1)dx$. **B.** $dy=(x-1)^2dx$. **C.** $dy=2(x-1)$. **D.** $dy=(x-1)dx$.

Hướng dẫn giải

$dy=2(x-1)dx$

Chọn **A**

Câu 496: Cho hàm số $y=f(x)$ được xác định bởi biểu thức $y'=\cos x$ và $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$. Hàm số. $y=f(x)$. là hàm số

A. $y=1+\sin x$. **B.** $y=\cos x$. **C.** $y=1-\cos x$. **D.** $y=\sin x$.

Hướng dẫn giải

$y'=\cos x \Rightarrow y=\sin x+C$ (C: hằng số)

$f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1 \Leftrightarrow \sin\dfrac{\pi}{2}+C=1 \Leftrightarrow C=0$. Vậy $y=\sin x$

Chọn **D**

Câu 497: Xét hàm số $y=f(x)=\sqrt{1+\cos^2 2x}$. Chọn câu đúng:

A. $df(x)=\dfrac{-\sin 4x}{2\sqrt{1+\cos^2 2x}}dx$. **B.** $df(x)=\dfrac{-\sin 4x}{\sqrt{1+\cos^2 2x}}dx$.

C. $df\left(x\right)=\dfrac{\cos 2x}{\sqrt{1+\cos^2 2x}}\mathrm{d}x$.   **D.** $df\left(x\right)=\dfrac{-\sin 2x}{\sqrt{1+\cos^2 2x}}dx$.

Hướng dẫn giải

$$y'=\frac{\left(1+\cos^2 2x\right)'}{2\sqrt{1+\cos^2 2x}}=\frac{-2.2.\cos 2x.\sin 2x}{2\sqrt{1+\cos^2 2x}}=\frac{-\sin 4x}{\sqrt{1+\cos^2 2x}}$$

Chọn **B**

Câu 498: Cho hàm số $y=f\left(x\right)-\cos^2 x$ với $f\left(x\right)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Nếu $y'=1$ và $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=0$ thì $f\left(x\right)$ là

A. $x+\dfrac{1}{2}\cos 2x-\dfrac{\pi}{4}$.   **B.** $x-\dfrac{1}{2}\cos 2x$.   **C.** $x-\sin 2x$.   **D.** $x+\sin 2x$.

Hướng dẫn giải

Xét $y'=f'(x)+\sin 2x$

Nếu $y'=1\Leftrightarrow f'(x)=1-\sin 2x$

Do đó $f(x)=x+\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$

Mà $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=0\Leftrightarrow\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{1}{2}\cos\dfrac{\pi}{2}+C=0\Leftrightarrow C=-\dfrac{\pi}{4}$. Vậy $f(x)=x+\dfrac{1}{2}\cos 2x-\dfrac{\pi}{4}$

Chọn **A**

Câu 499: Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và $f\left(x\right)=\begin{cases}\sin x & (x\ge 0)\\ \sin(-x) & (x<0)\end{cases}$. Tìm khẳng định **sai**

A. Hàm số f không liên tục tại $x_0=0$.   **B.** Hàm số f không có đạo hàm tại $x_0=0$.

C. $f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-1$.   **D.** $f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0$.

Hướng dẫn giải

Ta có $f(x)=\begin{cases}\sin x & (x\ge 0)\\ -\sin x & (x<0)\end{cases}$

* $f(x)$ liên tục tại $x_o=0\Rightarrow$ "Hàm số f không liên tục tại $x_0=0$": là đúng

* $f(x)$ không tồn tại đạo hàm tại điểm $x_o=0\Rightarrow$ "Hàm số f không có đạo hàm tại $x_0=0$": là đúng

* $f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0\Rightarrow$ "$f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-1$" là sai

* $f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0\Rightarrow$ "$f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0$" là đúng

Chọn **C**

Câu 500: Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin\left(\pi\sin x\right)$. Giá trị $f'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$

A. $-\dfrac{\pi}{2}$.   **B.** $\dfrac{\pi\sqrt{3}}{2}$.   **C.** 0.   **D.** $\dfrac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải

$$y'=\cos(\pi\sin x).(\pi\sin x)'=\pi\cos x.\cos(\pi\sin x)$$

$f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=\pi\cos\frac{\pi}{6}.\cos\left(\pi\sin\frac{\pi}{6}\right)=\pi.\frac{\sqrt{3}}{2}.\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$

Chọn **C**

Câu 501: Cho hàm số f xác định trên $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$ bởi $y=f(x)=\frac{-x^2+x+2}{x-1}$. Xét hai mệnh đề:

(I) $y'=f'(x)=-1-\frac{2}{(x-1)^2}<0,\ \forall x\neq 1$ (II) $y''=f''=\frac{4}{(x-1)^3}>0,\ \forall x\neq 1$

Chọn mệnh đề đúng:

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều sai. **D.** Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải

$y=f(x)=\frac{-x^2+x+2}{x-1}=-x+\frac{2}{x-1}$

$\Rightarrow y'=f'(x)=-1-\frac{2}{(x-1)^2}<0,\ \forall x\neq 1\Rightarrow \text{(I) True}$

$\Rightarrow y''=f''=\frac{4}{(x-1)^3}>0,\ \forall x>1\Rightarrow \text{(II) False}$

Chọn **A**

Câu 502: Cho hàm số $y=f(x)=\frac{x^2-x-2}{x-2}$ có đồ thị (C). Xét ba mệnh đề**:**

(I) (C) thu gọn thành đường thẳng $y=x+1$

(II) (C) thu gọn thành hai đường tiệm cận

(III) $y'=f'(x)=1,\ \forall x\neq 2$

Hãy chọn mệnh đề đúng.

A. Chỉ (I) và (II). **B.** Chỉ (II) và (III). **C.** Chỉ (III) và (I). **D.** Cả ba mệnh đề.

Hướng dẫn giải

$y=f(x)=\frac{x^2-x-2}{x-2}=\frac{(x+1)(x-2)}{x-2}=x+1,\ \forall x\neq 2\Rightarrow \text{(I) False, (II) True}$

$y'=f'(x)=1,\ \forall x\neq 2\Rightarrow \text{(III) True}$

Chọn **B**

Câu 503: Cho hàm số $y=f(x)=\sqrt[3]{1-x}$. Xét hai mệnh đề**:**

(I) $y'=f'(x)=\frac{-1}{3\sqrt[3]{(1-x)^2}}$; (II) $3y'y^2+1=0$

Hãy chọn mệnh đề đúng.

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải

$y=f(x)=\sqrt[3]{1-x}\Rightarrow y'=f'(x)=\frac{-1}{3\sqrt[3]{(1-x)^2}}\Rightarrow \text{(I) True}$

$\Rightarrow 3y'y^2+1=3.\frac{-1}{3\sqrt[3]{(1-x)^2}}.\sqrt[3]{(1-x)^2}+1=0\Rightarrow \text{(II) True}$

Chọn **C**

Câu 504: Cho hàm số $y=2\sin\sqrt{x}$. Đạo hàm của y là

A. $y' = 2\cos\sqrt{x}$. **B.** $y' = \dfrac{1}{\sqrt{x}}\cos\sqrt{x}$. **C.** $y' = 2\sqrt{x}\cos\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{\sqrt{x}\cos\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải

$y = 2\sin\sqrt{x} \Rightarrow y' = 2\cos\sqrt{x}.\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{\sqrt{x}}\cos\sqrt{x}$

Chọn **B**

Câu 505: Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{1}{\sin^2 2x}$. Xét hai câu:

(I) $f'(x) = \dfrac{-4\cos 2x}{\sin^3 2x}$ (II) Hàm số $g(x)$ mà $g'(x) = f(x)$ thì $g(x) = -2\cot 2x$

Chọn câu đúng:

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải

$y = f(x) = \dfrac{1}{\sin^2 2x} \Rightarrow y' = f'(x) = \dfrac{-\left(\sin^2 2x\right)'}{\sin^4 2x} = \dfrac{-4\cos 2x}{\sin^3 2x} \Rightarrow \text{(I) True}$

$g(x) = -2\cot 2x \Rightarrow g'(x) = \dfrac{4}{\sin^2 2x} \Rightarrow$ (II) False

Chọn **A**

Câu 506: Cho hàm số $f(x) = x^2$ có đồ thị (P) và hàm số $g(x) = x^3$ có đồ thị (C). Xét hai câu sau:

(I) Những điểm khác nhau $M \in (P)$ và $N \in (C)$ sao cho tại những điểm đó, tiếp tuyến song song với nhau là những điểm có tọa độ $M\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{9}\right) \in (P)$ và $N\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{8}{27}\right) \in (C)$.

(II) $g'(x) = 3f(x)$

Chọn câu đúng.

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải

$$\left.\begin{array}{l} f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow f'\left(\dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{4}{3} \\ g(x) = x^3 \Rightarrow g'(x) = 3x^2 \Rightarrow g'\left(\dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{4}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{(I) True}$$

$g'(x) = 3x^2 = 3f(x) \Rightarrow \text{(II) True}$

Chọn **C**

Câu 507: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến với (C) đi qua điểm $A(0;2)$ là

A. $y = 2x - 3$. **B.** $y = -2x + 3$. **C.** $y = -3x - 2$. **D.** $y = -3x + 2$.

Hướng dẫn giải

$y = f(x) = x^3 - 3x + 2; A(0;2)$

V× $A \in (C) \Rightarrow$ ph-¬ng tr×nh tiÕp tuyÕn víi (C) t¹i A

$y' = f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f'(0) = 3$

$\Rightarrow PTTT:$ y = 3x - 2

Chọn **D**

Câu 508: Cho hàm số $y = f(x) + \cos^2 x$ với $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Nếu $y' = \sqrt{2}\cos\left(2x + \dfrac{\pi}{4}\right)$ thì $f(x)$ bằng:

A. $\frac{1}{2}\sin 2x$. **B.** $-\frac{1}{2}\sin 2x$. **C.** $\sin 2x$. **D.** $\cos 2x$.

Hướng dẫn giải

$y = f(x) + \cos^2 x \Rightarrow y' = f'(x) - \sin 2\text{x}$

Theo gt $y' = \sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos 2\text{x} - \sin 2\text{x} \Rightarrow f'(x) = \cos 2\text{x}$

$\left(\frac{1}{2}\sin 2x\right)' = \cos 2\text{x} \Rightarrow A\text{True}$

Chọn **A**

Câu 509: Cho hàm số $f'(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$. Hàm số $f(x)$ bằng:

A. $\frac{1}{\sin x}$. **B.** $-\frac{1}{\sin x}$. **C.** $\cot x$. **D.** $-\cot x$.

Hướng dẫn giải

$\left(\frac{1}{\sin x}\right)' = \frac{-\cos x}{\sin^2 \text{x}} \Rightarrow \text{A False}$

$\left(-\frac{1}{\sin x}\right)' = \frac{\cos x}{\sin^2 \text{x}} \Rightarrow \text{B False}$

$(\cot x)' = \frac{-1}{\sin^2 \text{x}} \Rightarrow \text{C False}$

$(-\cot x)' = \frac{1}{\sin^2 \text{x}} \Rightarrow \text{D True}$

Chọn **D**

Câu 510: Nếu $f''(x) = \frac{2\sin x}{\cos^3 x}$ thì $f(x)$ bằng:

A. $\tan x$. **B.** $\cot x$. **C.** $-\frac{1}{\cos x}$. **D.** $\frac{1}{\cos^2 x}$.

Hướng dẫn giải

$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow (\tan x)'' = \frac{2\sin\text{x}}{\cos^3 x} \Rightarrow \text{A True}$

$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x} \Rightarrow (\cot x)'' = \frac{-2\cos\text{x}}{\cos^3 x} \Rightarrow \text{B False}$

$\left(-\frac{1}{\cos x}\right)' = \frac{\sin\text{x}}{\cos^2 x} \Rightarrow \left(-\frac{1}{\cos x}\right)'' = \frac{\cos^2 x + 2\sin^2 x}{\cos^3 x} \Rightarrow \text{C False}$

$\left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)' = \frac{2\sin\text{x}}{\cos^3 x} \Rightarrow \left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)'' = \frac{2\cos^2 x + 6\sin^2 x}{\cos^4 x} \Rightarrow \text{D False}$

Chọn **A**

Câu 511: Cho hàm số $f(x) = \cos 2x$. Xét hàm số $u, v: \begin{cases} f'(x) = u(x) \\ v'(x) = f(x) \end{cases}$. Chọn câu đúng.

A. $\begin{cases} u(x) = 2\cos 2x \\ v(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u(x) = -2\cos 2x \\ v(x) = \frac{1}{2}\cos 2x \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} u(x) = -2\sin 2x \\ v(x) = \frac{1}{2}\sin 2x \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u(x) = 2\sin 2x \\ v(x) = -\frac{1}{2}\sin 2x \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Vì $f(x)=\cos 2x$ nên $v(x)$ phải là hàm chứa $\sin 2x$, do đó, loại đáp án A, B.

Kiểm tra hai đáp án còn lại bằng cách đạo hàm $v(v)$, ta có $\left(\frac{1}{2}\sin 2x\right)'=\frac{1}{2}(2x)'\cos 2x=\cos 2x$. Do đó, chọn đáp án C.

Hơn nữa, chúng ta có thể áp dụng công thức đạo hàm $(\cos u)'=-u'\sin u$ để kiểm tra ý còn lại, tức là $f'(x)=-(2x)'\sin 2x=-2\sin 2x$.

Chọn **C**

Câu 512: Xét hai mệnh đề**:**

(I) $f(x)=\frac{1}{\cos^2 x}\Rightarrow f'(x)=\frac{-2\sin x}{\cos^3 x}$; (II) $g(x)=\frac{1}{\cos x}\Rightarrow g'(x)=-\frac{\sin x}{\cos^2 x}$

Mệnh đề nào sai?

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều sai. **D.** Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải

Kiểm tra các mệnh đề (I), (II) bằng cách áp dụng các công thức đạo hàm $\left(\frac{1}{u}\right)'=-\frac{u'}{u^2}$, $(u^n)'=nu'u^{n-1}$, $(\cos x)'=-\sin x$, ta có

• $\left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)'=-\frac{(\cos^2 x)'}{\cos^4 x}=-\frac{2(\cos x)'\cos x}{\cos^4 x}=-\frac{2(-\sin x)\cos x}{\cos^4 x}=\frac{2\sin x}{\cos^3 x}\Rightarrow$ (I) sai

• $\left(\frac{1}{\cos x}\right)'=-\frac{(\cos x)'}{\cos^2 x}=-\frac{(-\sin x)}{\cos^2 x}=\frac{\sin x}{\cos^2 x}\Rightarrow$ (II) sai

Chọn **C**

Câu 513: Xét hai mệnh đề:

(I) $f'(x)=\sin^3 x\Rightarrow f(x)=\frac{1}{4}\sin^4 x$; (II) $g'(x)=\sin^3 x\cos x\Rightarrow g(x)=\frac{1}{4}\sin^4 x$.

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải

• Kiểm tra mệnh đề (I): Ta có $\left(\frac{1}{4}\sin^4 x\right)'=\frac{1}{4}(\sin^4 x)'=\frac{1}{4}.4.(\sin x)'\sin^3 x=\cos x.\sin^3 x$. Do đó (I) sai.

• Kiểm tra mệnh đề (II): Từ ý trên, rõ ràng (II) đúng.

Chọn **B**

Câu 514: Cho hàm số $f(x)=\frac{1-\tan x}{1+\tan x}$. Để tính $f'(x)$, ta lập luận theo hai cách:

(I) $f(x)=\tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-x\right)}$

(II) $f(x)=\frac{\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}=\cot\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{\sin^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}$

Cách nào đúng?

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải

• Kiểm tra mệnh đề (I): Biến đổi $f\left(x\right)=\dfrac{\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x}=\dfrac{\sqrt{2}\sin\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)}{\sqrt{2}\cos\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)}=\tan\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)$. Áp dụng công thức $\left(\tan u\right)'=u'\tan u$, ta có

$$f'\left(x\right)=\left(\frac{\pi}{4}-x\right).\frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-x\right)}=-\frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-x\right)}$$

Do đó (I) sai.

• Kiểm tra mệnh đề (II): Biến đổi $f\left(x\right)=\cot\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$. Áp dụng công thức đạo hàm $\left(\cot u\right)'=-\dfrac{u'}{\sin^2 u}$, ta có $f'\left(x\right)=-\dfrac{\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)'}{\sin^2\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)}=-\dfrac{1}{\sin^2\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)}$. Do đó, (II) sai

Chọn **D**

Câu 515: Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{\tan x-1}{\tan x+1}$. Xét hai mệnh đề:

(I) $f'(x)=\dfrac{2\left(1+\tan^2 x\right)}{\left(1+\tan x\right)^2}$; (II) $f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=1$

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải

• Kiểm tra mệnh đề (I): Áp dụng công thức $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$, ta có

$$f'\left(x\right)=\frac{\left(\tan x-1\right)'\left(\tan x+1\right)-\left(\tan x-1\right)\left(\tan x+1\right)'}{\left(1+\tan x\right)^2}$$

$$=\frac{\left(\tan^2 x+1\right)\left(\tan x+1\right)-\left(\tan x-1\right)\left(1+\tan^2 x\right)}{\left(1+\tan x\right)^2}$$

$$=\frac{\left(\tan^2 x+1\right)\left[\tan x+1-\tan x+1\right]}{\left(1+\tan x\right)^2}=\frac{2\left(1+\tan^2 x\right)}{\left(1+\tan x\right)^2}$$

Do đó (I) đúng.

• Kiểm tra mệnh đề (II): Áp dụng kết quả mệnh đề (I), ta có

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{2\left(1+\tan^2\frac{\pi}{4}\right)}{\left(1+\tan\frac{\pi}{4}\right)^2}=\frac{2\left(1+1\right)}{\left(1+1\right)^2}=1$$

Do đó (II) đúng.

Chọn **C**

Câu 516: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\sqrt{\sin x}-\sqrt{\cos x}$. Khẳng định nào sai?

A. $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$. **B.** $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$. **C.** $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$. **D.** $f'\left(0\right)$ không tồn tại.

Hướng dẫn giải

Với $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, ta có $y'=\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}+\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$, ta kiểm tra từng đáp án như sau

- $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{\sin\frac{\pi}{4}}-\sqrt{\cos\frac{\pi}{4}}=\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}}-\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}}=0$ nên A đúng.
- $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2.\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt{2}}}+\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2.\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt{2}}}=\frac{1}{2\sqrt[4]{2}}+\frac{1}{2\sqrt[4]{2}}=\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$ nên C đúng.
- Không tồn tại $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{f\left(x\right)-f\left(0\right)}{x-0}$ nên không tồn tại $f'\left(0\right)$ nên D đúng.
- Không tồn tại $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}^+}\frac{f\left(x\right)-f\left(\frac{\pi}{2}\right)}{x-\frac{\pi}{2}}$ nên không tồn tại $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ nên B sai.

Chọn **B**

Câu 517: Cho hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{\tan x}+\frac{1}{\cot x}$. Xét hai phép lập luận:

(I) $f\left(x\right)=\cot x+\tan x\Rightarrow f'\left(x\right)=\frac{-1}{\sin^2 x}+\frac{1}{\cos^2 x}=\frac{-4\cos 2x}{\sin^2 2x}$

(II) $f\left(x\right)=\frac{\cos x}{\sin x}+\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{2}{\sin 2x}\Rightarrow f'\left(x\right)=\frac{-4\cos 2x}{\sin^2 2x}$

Phép lập luận nào đúng?

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải

- Kiểm tra phép lập luận (I):

$f'\left(x\right)=\left(\cot x+\tan x\right)'=\left(\cot x\right)'+\left(\tan x\right)'=-\frac{1}{\sin^2 x}+\frac{1}{\cos^2 x}=\frac{\sin^2 x-\cos^2 x}{\sin^2 x\cos^2 x}=\frac{-4\cos 2x}{\sin^2 2x}$

Do đó, lập luận (I) đúng.

- Kiểm tra phép lập luận (II):

$f\left(x\right)=\frac{\cos x}{\sin x}+\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{\cos^2 x+\sin^2 x}{\sin x\cos x}=\frac{1}{\frac{1}{2}\sin 2x}=\frac{2}{\sin 2x}$

$f'\left(x\right)=-\frac{2\left(\sin 2x\right)'}{\sin^2 2x}=-\frac{2\left(2x\right)'\cos 2x}{\sin^2 2x}=-\frac{4\cos 2x}{\sin^2 2x}$

Do đó, lập luận (II) đúng.

Chọn **C**

Câu 518: Cho hàm số $f\left(x\right)=\cot\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$. Hãy chọn câu **sai**:

A. $f\left(0\right)=-1$. **B.** $f\left(\frac{\pi}{8}\right)=0$. **C.** $f'\left(0\right)=-4$. **D.** $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)=-2$.

Hướng dẫn giải

Ta có $f'(x)=-\dfrac{\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)'}{\sin^2\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)}=-\dfrac{2}{\sin^2\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)}$

Do đó

- $f(0)=\cot\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=1$ nên A sai
- $f\left(\dfrac{\pi}{8}\right)=\cot\left(2.\dfrac{\pi}{8}+\dfrac{\pi}{4}\right)=\cot\dfrac{\pi}{2}=0$ nên B đúng
- $f'(0)=-\dfrac{2}{\sin^2\left(\dfrac{\pi}{4}\right)}=-4$ nên C đúng
- $f'\left(\dfrac{\pi}{8}\right)=-\dfrac{2}{\sin^2\left(2.\dfrac{\pi}{8}+\dfrac{\pi}{4}\right)}=-2$ nên D đúng

Chọn **A**

Câu 519: Tính đạo hàm của hàm số $y=f(x)=\sin^6 x+\cos^6 x+3\sin^2 x\cos^2 x$ theo 4 bước sau đây. Biết rằng cách tính cho kết quả sai, hỏi cách tính sai ở bước nào?

A. $y=f(x)=\sin^6 x+\cos^6 x+3\sin^2 x\cos^2 x\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)$.

B. $f(x)=\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)^3$.

C. $f(x)=1^3=1$.

D. $f'(x)=1$.

Hướng dẫn giải

Kiểm tra từng bước, ta có

- Bước A đúng vì $\sin^2 x+\cos^2 x=1$ nên $3\sin^2 x\cos^2 x=3\sin^2 x\cos^2 x\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)$
- Áp dụng hằng đẳng thức $(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$ nên bước B đúng.
- Lại áp dụng $\sin^2 x+\cos^2 x=1$ nên bước C đúng.
- Sử dụng sai công thức đạo hàm lẽ ra $(c)'=0$ nên D sai.

Chọn **D**

Câu 520: Xét hàm số $y=f(x)$ với $0<x,y<\dfrac{\pi}{2}$ cho bởi: $\sin y=\cos^2 x$ (1). Để tính đạo hàm f' của f, ta lập luận qua hai bước:

(I) Lấy vi phân hai vế của (1):

$\cos y dy=-2\cos x.\sin x dx\Rightarrow y'=\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{-2\sin x\cos x}{\cos y}$

(II) $y'=\dfrac{-2\sin x\cos x}{\sqrt{1-\sin^2 y}}=\dfrac{-2\sin x\cos x}{\sqrt{\left(1-\cos^2 x\right)\left(1+\cos^2 x\right)}}=\dfrac{-2\sin x\cos x}{|\sin x|\sqrt{1+\cos^2 x}}=\dfrac{-2\cos x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}$

Hãy chọn bước đúng?

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải

• Kiểm tra bước (I):

Áp dụng công thức vi phân $dy = f'(x)dx$ (với $y = f(x)$) cho hai vế của (1), ta có

$(\sin y)' dy = (\cos^2 x)' dx \Leftrightarrow \cos y dy = 2(\cos x)' \cos x dx \Leftrightarrow \cos y dy = -2\sin x \cos x dx$

$\Rightarrow y' = \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2\cos x \sin x}{\cos y}$

Do đó, bước (I) đúng.

• Kiểm tra bước (II): với điều kiện $0 < x, y < \dfrac{\pi}{2}$ từng bước lập luận ở bước (II) dã chặt chẽ.

Chọn **C**

BẢNG ĐÁP ÁN.

301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320
D	**A**	**C**	**B**	**C**	**D**	**A**	**B**	**C**	**A**	**B**	**C**	**B**	**C**	**A**	**D**	**A**	**A**	**A**	**B**
321	322	323	324	325	326	326	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340
A	**A**	**A**	**C**	**A**	**B**	**C**	**B**	**A**	**C**	**B**	**A**	**B**	**A**	**D**	**C**	**D**	**C**	**C**	**D**
341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360
C	**D**	**C**	**D**	**A**	**B**	**D**	**A**	**C**	**C**	**A**	**B**	**C**	**A**	**B**	**A**	**D**	**C**	**D**	**A**
401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420
D	**A**	**A**	**B**	**C**	**B**	**C**	**D**	**B**	**A**	**D**	**D**	**C**	**C**	**B**	**D**	**A**	**A**	**B**	**A**
421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440
C	**D**	**A**	**A**	**B**	**B**	**C**	**B**	**A**	**A**	**D**	**B**	**B**	**D**	**D**	**C**	**C**	**A**	**B**	**B**
441	442	443	444	445	446	447	448	449	450	451	452	453	454	455	456	457	458	459	460
C	**D**	**C**	**D**	**A**	**B**	**D**	**B**	**C**	**C**	**A**	**B**	**C**	**A**	**B**	**D**	**C**	**D**	**C**	**A**
461	462	463	464	465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475	476	477	478	479	480
D	**D**	**B**	**A**	**C**	**B**	**D**	**A**	**B**	**A**	**C**	**B**	**C**	**B**	**D**	**C**	**B**	**D**	**A**	**D**
481	482	483	484	485	486	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496	497	498	499	500
D	**B**	**A**	**B**	**A**		**C**	**C**	**D**	**B**	**D**	**A**	**B**	**D**	**A**	**D**	**B**	**A**	**C**	**C**
501	502	503	504	505	506	507	508	509	510	511	512	513	514	515	516	517	518	519	520
A	**B**	**C**	**B**	**A**	**C**	**D**	**A**	**D**	**A**	**C**	**C**	**B**	**D**	**C**	**B**	**C**	**A**	**D**	**C**